Capítulo 3

Fuerzas y tensiones mecánicas

La **mecánica** es la disciplina que describe y estudia las posiciones de los cuerpos y sus variaciones en el tiempo en función de sus interacciones recíprocas. Las variables mecánicas típicas son las posiciones y las velocidades, pero también las formas y deformaciones de los cuerpos, que son posiciones y cambios de posición relativos entre puntos de un cuerpo. Las acciones *mecánicas* son las que afectan a este tipo de variables, y ellas tienen lugar cuando un cuerpo, por medio de la **aplicación de fuerzas**, empuja, mueve o deforma a otro.
En este capítulo nos dedicaremos a entender las fuerzas que se manifiestan en el ámbito de la vida diaria, al que podríamos llamar el reino de lo macroscópico. En él son evidentes, casi exclusivas, las manifestaciones de dos tipos de fuerzas: las fuerzas de **contacto**, y la fuerza de **gravedad**, en apariencia muy distintas.
También hablaremos de las nociones de *tensión*, o *esfuerzo*, que expresan el valor de la *concentración de fuerza por unidad de superficie*, que en muchas situaciones resulta más importante que el valor de la fuerza en sí misma.

3.1. Ideas básicas sobre las fuerzas

La primera noción básica que dejaremos establecida es que, en nuestro *modelo de las interacciones mecánicas*, la fuerza debe ser un ente de naturaleza *vectorial*, porque es lo que se aplica a un cuerpo para producir desplazamientos, que son vectores. Esto es cierto tanto si hablamos de poner en movimiento como de deformar algo. En ambos casos lo que se logra se expresa con vectores de desplazamiento, y para lograrlo en los dos casos se debe aplicar una fuerza que, por lo tanto, debe gozar de la misma posibilidad de ser orientada en el espacio que los desplazamientos que tiende a producir.

La fuerza resulta de una interacción

En nuestro modelo es esencial considerar que las fuerzas *no son propiedades de un cuerpo*, sino que son resultado de una interacción entre cuerpos. Excepto el caso especial de la atracción gravitatoria, que analizaremos aparte, la interacción requiere de una *zona de contacto* a través de la cual cada cuerpo aplica fuerza al otro.

Debe estar claro que, dejando de lado la acción de la gravedad, o sea el "peso" del cuerpo, todas las demás fuerzas son de contacto: **no hay fuerza donde no hay contacto**. Será posible identificar todas las fuerzas actuantes sólo si se revisan todos los contactos.

Y esto implica dos cosas muy simples que deberemos respetar:

a) Cuando termina el contacto, deja de aplicarse la fuerza.

Esto significa que un cuerpo no conserva la fuerza que se le aplicó: conserva energía, conserva movimiento, pero no puede conservar fuerza. **Llamamos fuerza a cierta propiedad del contacto no a algo que el cuerpo pueda acumular y conservar.**

Es decir, si impulsamos un cuerpo aplicándole una fuerza $\vec{F}$, y después de que dejamos de empujarlo continúa moviéndose, entendemos que eso es la *inercia*, y no que lo hace porque conserva la fuerza que le hemos aplicado. El cuerpo *conserva el movimiento* que le hemos comunicado aplicándole fuerza. Si se nos pregunta qué fuerza está actuando sobre el cuerpo en ese momento *(después de que dejamos de empujarlo)*, no debemos decir que sigue actuando $\vec{F}$, porque eso significaría que lo seguimos empujando.

b) Un cuerpo no se aplica fuerza a sí mismo. La fuerza sobre un cuerpo sólo puede ser aplicada por otro cuerpo, al cual frecuentemente llamaremos “agente exterior”, para destacar este concepto fundamental.

Esto significa que un cuerpo *aislado* no se puede poner en movimiento, ni frenarse, a sí mismo. La física *no admite la posibilidad* de que un cuerpo o ser adquiera movimiento (o se frene), al estilo “Superman”, recurriendo a una especie de “fuerza interior”. Un automóvil, por caso, sólo puede iniciar su movimiento, o frenarse, *aplicando fuerza al piso*. No podría hacerlo sin contacto con el piso. Insistiremos y reflexionaremos mucho más sobre esto oportunamente.

Efecto de las fuerzas sobre los movimientos

Vamos a plantear cuál es el efecto de una fuerza sobre el movimiento de un cuerpo. Uno de los casos más simples o elementales posibles es: *un cuerpo sobre el que se aplica una única fuerza*.

Para que este planteo no sea mal interpretado, imaginaremos un cuerpo aislado, muy lejos de la influencia gravitatoria de cualquier planeta, y sin contacto con cosa alguna; diremos que está como flotando en la nada (no hay gravedad, no hay piso, no hay aire, no hay rozamiento, etc.).

Así que para este hipotético cuerpo que, según el principio de inercia, mientras no se le apliquen fuerzas mantendrá su reposo o movimiento uniforme en línea recta, podremos decir:

1. Si el cuerpo está en reposo y se le aplica una (única) fuerza, iniciará el movimiento

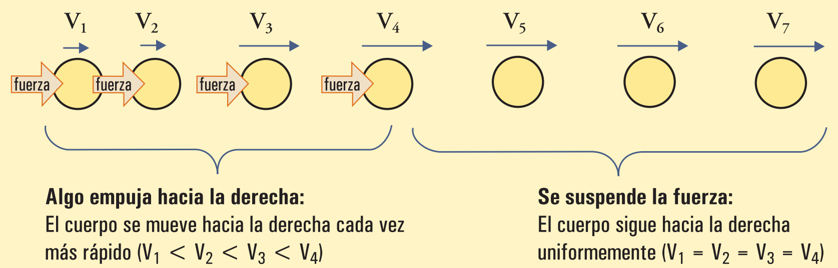


Fig. 3.1. Por acción de un agente externo que no se muestra, una fuerza empuja al cuerpo en el lapso que abarca los cuatro primeros dibujos, haciendo que se inicie el movimiento, y luego que aumente su velocidad. Al suspenderse la fuerza, el movimiento continúa cómo lo establece el principio de inercia.

con la orientación de la fuerza. Si la fuerza se mantiene aplicada con la misma orientación, la velocidad aumentará mientras ello ocurra. Si la fuerza deja de aplicarse, la velocidad dejará de aumentar, *pero no disminuirá*. Para que disminuya se necesita una fuerza que lo frene.

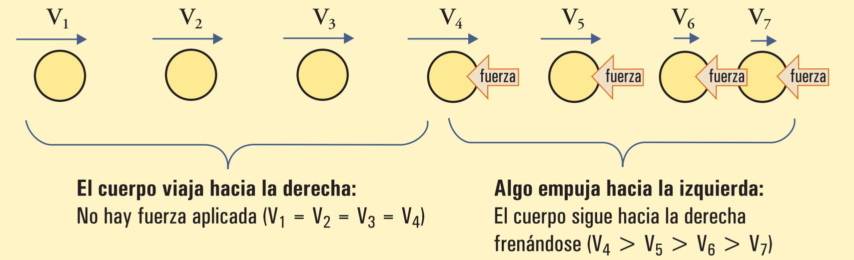
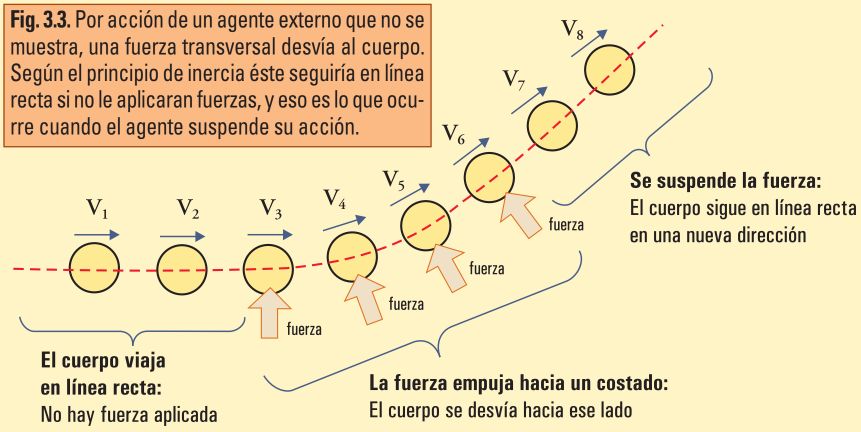


Fig. 3.2. En los cuatro últimos cuadros se muestra el frenado del cuerpo por medio de una fuerza en contra del movimiento (aplicada por un agente externo que no se muestra). Si el agente continúa actuando luego de que el cuerpo se detenga, el movimiento se reiniciará hacia la izquierda.

Fig. 3.3. Por acción de un agente externo que no se muestra, una fuerza transversal desvía al cuerpo. Según el principio de inercia éste seguiría en línea recta si no le aplicaran fuerzas, y eso es lo que ocurre cuando el agente suspende su acción.



2. Si el cuerpo está en movimiento y se le aplica una fuerza orientada en sentido contrario al movimiento, el efecto será la disminución de la velocidad, pudiendo llegar a detener el cuerpo.

3. Si el cuerpo está en movimiento y se le aplica una fuerza transversal, su efecto será desviar al cuerpo de la línea recta que seguiría naturalmente. La desviación ocurre, por supuesto, en el sentido de la fuerza aplicada, y el cuerpo describe una línea curva mientras dura la aplicación de la fuerza.

4. Si se aplican varias fuerzas simultáneamente sobre un cuerpo, *el efecto sobre el movimiento* es la *superposición* de los efectos que ellas tendrían por separado. Como veremos pronto, en estos casos se determina la *fuerza resultante*, que puede pensarse como la fuerza neta actuante, y se razona con ella como si fuese la única fuerza.

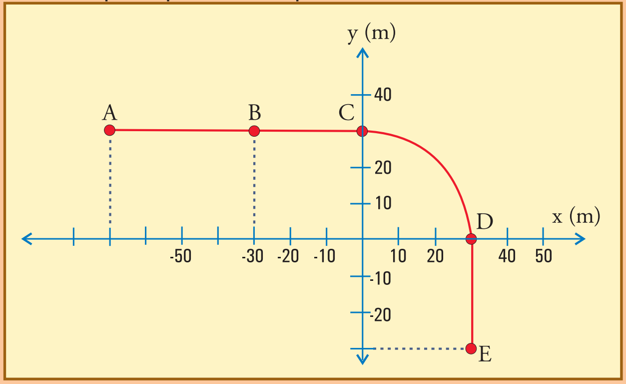
Nota 1. No hay excepciones

Estas ideas son tan importantes, que volveremos a revisarlas cada vez que estudiemos algún movimiento particular. Pero vayamos preparando nuestra mente *para entender que* **no hay excepciones**.
Cuando parece que un cuerpo se detiene solo, es porque alguna fuerza que no hemos advertido lo detuvo (en general un rozamiento).
La fuerza nunca actúa en un instante. Los procesos transcurren en el tiempo*, durante un intervalo mayor o menor (ver figuras anteriores).*
Cuando parece que puede haber algún fenómeno explosivo, un choque, un rebote, algo que ocurre en un instante, se debe reflexionar más, inspeccionar con más cuidado el modelo mental que se tiene de lo que ocurre. No es posible

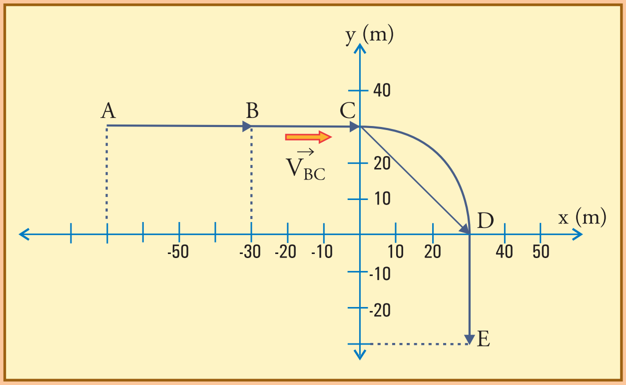
poner en movimiento, detener, o desviar, instantáneamente a un cuerpo. Cualquier proceso que parezca ser instantáneo, si se filma o inspecciona con un aparato suficientemente rápido, se verá que se desarrolla gradualmente, a lo largo de cierto intervalo de tiempo.
Cuando parece que un proyectil se detiene "de golpe" al chocar contra algo, si se analiza, se observa que avanzó algo, por poco que sea, durante el proceso de chocar.
Lo mismo si parece que la trayectoria de un proyectil se quiebra en ángulo al rebotar contra algo. Inspeccionando (mentalmente) el ángulo siempre se encontrará un pequeño tramo de la trayectoria que es realmente curva.

• Ejemplo 1

Se observa que un cuerpo de masa m = 200 kg que está en reposo en A se pone en movimiento en $t_0 = 0$ s, siguiendo la trayectoria dibujada. El cuerpo aumenta gradualmente de velocidad hasta pasar por B en $t_1 = 8$ s, y a partir de allí el movimiento se mantiene uniforme. El cuerpo pasa por C en $t_2 = 11$ s, y continúa uniformemente hasta pasar por D, donde comienza a frenarse gradualmente para quedar en reposo en E.



a) Encuentre los vectores desplazamiento correspondientes a los intervalos sucesivos AB, BC, CD, y DE. Dibújelos sobre la trayectoria y expréselos como par ordenado.
b) Calcule el vector velocidad correspondiente al tramo BC. Dibújelo sobre la trayectoria, en algún punto del tramo, con una escala 2 m/s: 1 cm.
c) Indique el módulo de la velocidad con la que es recorrido el tramo uniforme BD. Calcule en qué instante pasa el móvil por D.
d) Explique en qué partes de la trayectoria hay fuerza neta actuando sobre este móvil, y en qué partes dicha fuerza debe ser nula. Dibuje cualitativamente los vectores fuerza en donde existan, explicando qué efecto está haciendo la fuerza en ese instante sobre el móvil.
e) Considere las siguientes afirmaciones. Para cada una califíquela de verdadero o falso en general, e indique qué parte de este movimiento particular planteado aquí sirve para ilustrar su conclusión.
e.1) Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o si la resultante es nula, deberá estar en reposo.
e.2) El movimiento de un cuerpo siempre tiene lugar en la dirección de la fuerza resultante.
e.3) Si en un instante dado, la velocidad de un cuerpo es nula, la fuerza resultante sobre él, en ese instante, también lo será.



• Desarrollo

a) En la figura se muestran los desplazamientos.
$\overrightarrow{AB} = (40\text{ m} ; 0\text{ m})$; $\overrightarrow{BC} = (30\text{ m} ; 0\text{ m})$;
$\overrightarrow{CD} = (30\text{ m}; -30\text{ m})$; $\overrightarrow{DE} = (0\text{ m} ; -30\text{ m})$.
b) Dividiendo $\overrightarrow{BC}$ por el tiempo demorado, que es

11- 8 = 3 s, obtenemos (se muestra como un vector hueco en la figura):

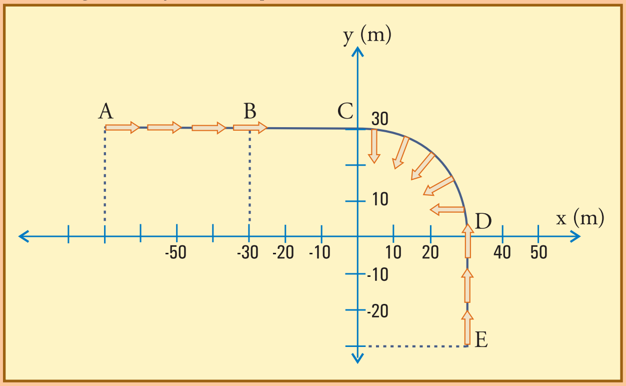
$$\vec{V}_{BC} = (10\ m/s\ ;\ 0\ m/s)$$

Vale aclarar que por ahora sólo tenemos elementos para calcular la velocidad en este tramo, porque en los otros el vector velocidad varía. Más adelante veremos qué hacer en esos casos.

c) El módulo de este vector es 10 m/s, y se mantiene constante hasta D. Para calcular lo que demora el móvil en llegar a D, dividimos: longitud(CD) / v = $\frac{1}{2}\pi$ x 30 m / 10 (m/s) $\cong$ 4,71 s. De manera que pasa por D en $t_D \cong 15{,}71$ s.

d) En el tramo AB la velocidad aumenta, y no hay desviación, de manera que debió actuar una fuerza resultante hacia delante, es decir, hacia la derecha de la figura.

El tramo BC se recorre uniformemente en línea recta, eso significa que **no hay fuerza neta (resultante)** actuando. $F_R = 0$ entre B y C.



El tramo CD se recorre uniformemente con desviación hacia la derecha: debe estar actuando una fuerza resultante perpendicular al movimiento, hacia la derecha del mismo.

Entre D y E, el móvil se frena en línea recta. Es decir, se suspende la fuerza perpendicular que lo venía desviando, y comienza a actuar una fuerza (resultante) hacia atrás (en la figura hacia arriba), que se mantiene hasta que el móvil se detiene. En la figura se muestra la fuerza resultante con vectores huecos.

e.1) Es falso, contradice el principio de inercia. Tramo BC.

e.2) Es falso, como queda mostrado en el tramo CD, en el cual la fuerza es perpendicular al movimiento, o más notablemente aún en el tramo DE, en el cual la fuerza es exactamente contraria al movimiento. Es necesario reflexionar sobre el hecho de que, aunque el enunciado e.2) sería cierto para el tramo AB, no lo es *en general*, y eso le confiere el carácter de FALSO, ya que contiene el cuantificador “siempre”.

e.3) Falso. El hecho de que un cuerpo se detenga no depende de la fuerza que actúa en ese instante, sino de la acción de la fuerza en los instantes previos. En el instante exacto de la detención, la fuerza puede anularse, o no, y en este ejemplo encontramos ilustradas las dos situaciones.

Así tenemos el caso del punto E: la fuerza que ha actuado durante todo el trayecto DE para detener al cuerpo, debe anularse en el instante en que el cuerpo se detiene (en E), ya que si continuara actuando el movimiento se reiniciaría hacia D, es decir en el sentido de la fuerza que habría permanecido sin anularse (por ejemplo si en el punto E hubiera habido un resorte que es comprimido por el móvil hasta detenerlo, y luego lo lanza en sentido contrario).

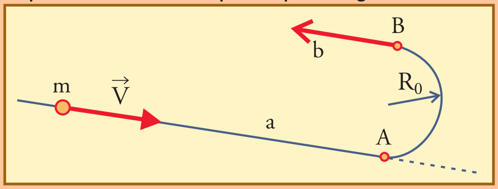
De manera que en punto E, en el ejemplo desarrollado, la afirmación e.3) ha sido válida, pero con un simple cambio en el enunciado, podría no haberlo sido. Esto la califica como FALSA, ya que *de la anulación de la velocidad no se deduce la anulación de la fuerza resultante*.

El punto inicial, A, por otra parte, constituye un ejemplo de caso en que la afirmación e.3) es falsa. Ya que mientras la fuerza resultante sea nula en el punto A, de velocidad nula, el movimiento *no se iniciará*. El movimiento se inicia precisamente en el instante en que se aplica una fuerza en A. En ese instante exacto, la velocidad es nula y la fuerza resultante no.

Nota conceptual
Las afirmaciones e.1), e.2), e.3), pueden parecer capciosas, pero no lo son. Son tres afirmaciones que reflejan la identificación errónea de la fuerza con el movimiento o la velocidad.
Esta identificación, que es una de las barreras más comunes que hay que superar para entender las leyes de la dinámica, obedece a una metodología de pensamiento muy difundida, denominada "metodología de la superficialidad", la cual consiste en identificar de manera irreflexiva y rápida conceptos diferentes a partir de cualquier semejanza. Los que adoptan (en general inconscientemente) esta metodología, actúan como si estuvieran obligados a tener respuestas o certezas rápidas para todas las cuestiones, no importa cómo se obtengan, y como si hubiese algo malo en demorarse reflexionando y elaborando alguna idea.
La esencia del pensamiento científico está precisamente en lo contrario: busca elaborar con cuidado las ideas, revisando todos sus aspectos. Una semejanza nunca es motivo para una identificación inmediata, sino para una búsqueda de razones que la justifiquen.
La veracidad de una ley *no se juzga buscando un ejemplo favorable*, sino al contrario, tratando de mostrar que no podría haber contraejemplos.

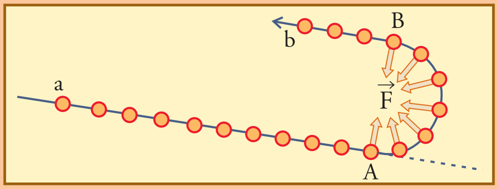
Ejemplo 2

Una partícula se desplaza libremente en el espacio (sin que actúen sobre ella fuerzas de ningún tipo, no hay gravedad ni rozamiento) a lo largo de una recta **a**.
A partir de un punto **A** se desea desviar a la partícula para que siga la trayectoria mostrada, que consiste en una semicircunferencia de radio R_0, que luego continúa en la línea recta b, sin que varíe la rapidez de su movimiento.
Explique cómo es la fuerza que es necesario aplicar para lograr este movimiento: qué orientación debe tener, y durante qué lapso debe actuar. Dibuje cualitativamente.



Desarrollo

Al no haber rozamiento ni otras fuerzas extrañas, hay que esperar que el cuerpo llegue a A, sin aplicarle fuerza alguna. Cuando llega a ese punto hay que comenzar a aplicarle una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento, hacia la izquierda, y hay que mantener esa fuerza aplicada de esa manera (exactamente perpendicular a la trayectoria), con módulo constante, hasta que el cuerpo llegue a B (donde se completa la semicircunferencia).
A partir de ese instante t_B, simplemente se suspende la fuerza, y el cuerpo continuará por la línea recta b.



*Con **dibujar cualitativamente** queremos decir un dibujo aproximado, sin escala, pero que muestra cualidades, es decir, muestra si algo coincide con determinada dirección, o no; en el caso de que no, muestra si forma ángulo agudo u obtuso, grande o chico; también puede indicar si el módulo está aumentando o disminuyendo, o alguna otra propiedad que sea importante para la situación. En éste (y en cualquier texto de física), veremos a cada paso este tipo de dibujo.*

Naturaleza vectorial de las fuerzas y principio de superposición

El carácter vectorial de las fuerzas significa que cada componente de un vector fuerza $\vec{F}$ representa la intensidad de una acción a lo largo de la correspondiente dirección del espacio, tal que la superposición de las acciones representadas por todas las componentes, cada una a lo largo de su dirección particular, equivale a la acción de $\vec{F}$ a lo largo de su propia dirección.

Este enunciado, denominado ***principio de superposición***, esencialmente es lo mismo que antes hemos llamado principio de independencia de los movimientos, ya que ambos enunciados sostienen que las acciones en una dirección tienen efectos sobre el movimiento en esa dirección independientemente de lo que ocurra en otras direcciones, y que sólo pueden ser reforzadas o contrarrestadas por acciones en esa misma dirección.

Ahora bien, es difícil que tratemos con cuerpos sobre los que actúe una única fuerza. Aún en el caso en que apliquemos una única fuerza sobre un cuerpo, por lo general provocaremos la aparición de otras fuerzas que resultarán de la interacción con los demás cuerpos que están en contacto con él, comúnmente llamadas *reacciones*. Como resultado de todo eso, el cuerpo en cuestión resultará sometido a un ***sistema de fuerzas***, y el principio de superposición nos permitirá simplificar las ideas, reemplazando, para determinados fines, a todo ese sistema de fuerzas con la llamada **"fuerza resultante"**.

• Fuerza resultante

La operación que expresa la superposición de los efectos de las componentes de una fuerza es la composición o suma vectorial.

En función de esto, definimos que la fuerza resultante de un sistema de fuerzas es el resultado de la suma vectorial de todas las fuerzas del sistema.

Como ya hemos visto, la suma vectorial, aunque se indica con el símbolo "+", de la misma manera que la suma de números, se efectúa entre elementos que son vectores, **componiendo** los vectores. Esta operación -como ya hemos visto- se efectúa componente a componente, y se expresa gráficamente dibujando los vectores uno a continuación del otro.

De este modo, cuando se suman muchos vectores se obtiene un "polígono vectorial", en el que la resultante está indicada desde la "cola" del primer vector, hasta la "punta" del último. Si sólo se suman dos vectores, que será lo más frecuente, el polígono se reduce a un triángulo -a veces es preferible completar el "paralelogramo de vectores"-.

La expresión analítica de este procedimiento, como ya hemos visto, consiste en sumar independientemente las componentes de los vectores según cada dirección del espacio:

[3.1]

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_R = \begin{cases} F_{Rx} = \sum F_{ix} \\ F_{Ry} = \sum F_{iy} \\ F_{Rz} = \sum F_{iz} \end{cases}$$

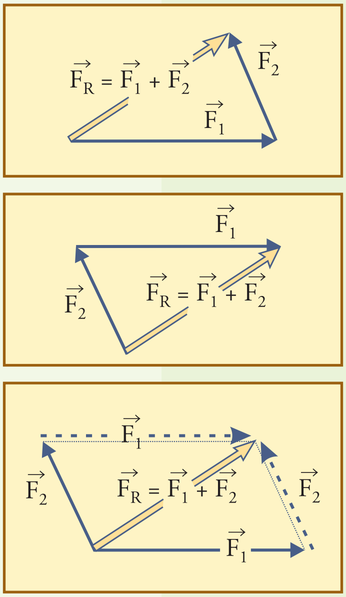


Fig. 3.4. Tres formas equivalentes de sumar dos vectores fuerza $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Los polígonos que se obtienen dibujando un vector a continuación del otro son los triángulos mostrados primero, totalmente equivalentes entre sí. A la derecha se muestra el paralelogramo, que no es más que la reunión de los dos triángulos anteriores.

Nota 2. No debe confundirse la suma de fuerzas con la suma de sus módulos

Debe estar muy claro que la intensidad de la fuerza resultante en general ***no es igual*** *a la suma de las intensidades o módulos de las fuerzas que se suman, ya que cada una actúa según distintas direcciones. A partir de la observación del polígono de vectores es muy fácil darse cuenta de que solamente corresponderá sumar los módulos cuando las fuerzas actúen con la misma orientación.*

Nota 3. La fuerza resultante no tiene en cuenta todos los detalles

Hallar la resultante significa simplificar el sistema de fuerzas haciendo abstracción de numerosos detalles. Así por ejemplo, en el cálculo de las componentes de la fuerza resultante sólo intervienen las componentes de las fuerzas del sistema, pero no dónde y cómo están aplicadas, de manera que no se está teniendo en cuenta *si las fuerzas del sistema están aplicadas de manera de deformar o romper (o no) el cuerpo, ni si pueden producir o no su* rotación. *Ésta es una simplificación absolutamente necesaria para determinados fines..*

• Primera condición de equilibrio

Supongamos un sistema de N fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_N$, aplicadas sobre un cuerpo.

Sabemos hallar la resultante del sistema con la operación vectorial $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N$.

Cuando se da la situación de que no hay fuerza resultante -lo que significa que la fuerza resultante es un vector nulo: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N = 0$ -, se dice que el sistema de fuerzas cumple lo que se denomina "primera condición de equilibrio".

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\sum \vec{F}_i = F_R \qquad (3.2)$$

De las ideas básicas que hemos enunciado se desprende que, cuando el sistema de fuerzas actuante sobre un cuerpo cumpla con la condición de fuerza resultante nula, un cuerpo que esté en reposo no será alterado en su reposo, y si está viajando, tampoco será acelerado ni frenado ni desviado de la línea recta, por el sistema de fuerzas. Por ahora, entenderemos así la condición de equilibrio.

• Fuerza equilibrante

Si el sistema de fuerzas actuante sobre un cuerpo tiene resultante $\vec{F}_R$ (obviamente no está en equilibrio), podemos hacer que cumpla la condición (3.2) aplicando sobre el mismo cuerpo una fuerza exactamente opuesta a $\vec{F}_R$, que se llamará "fuerza equilibrante" del sistema, $\vec{F}_E$, ya que:

si $\vec{F}_E = - \vec{F}_R$, entonces el sistema compuesto por todas las $\vec{F}_i$ y además la $\vec{F}_E$, tiene resultante nula (pues $\underbrace{\vec{F}_1+\vec{F}_2+...+\vec{F}_N}_{\vec{F}_R} + \underbrace{\vec{F}_E}_{-\vec{F}_R} = \vec{F}_R - \vec{F}_R$

$$\underbrace{\vec{F}_1+\vec{F}_2+...+\vec{F}_N}_{\vec{F}_R} + \underbrace{\vec{F}_E}_{-\vec{F}_R} = \vec{0} \quad)$$

Nota 4. Otra condición de equilibrio

Si recordamos que la suma vectorial se efectúa simplemente sumando las componentes correspondientes entre sí, advertimos que esta primera condición se refiere exclusivamente a las componentes de las fuerzas, y no tiene en cuenta en dónde se aplica cada una. Veamos ahora un ejemplo simple, que presenta ideas sobre distintas situaciones posibles.

Supongamos que un agente aplica al cuerpo de la figura 3.5(a) una fuerza $\vec{F}$ en el punto $\vec{A}$, y que otro quiere contrarrestar el efecto aplicando la fuerza opuesta $\vec{E} = -\vec{F}$, y analicemos lo que sucede aplicando $\vec{E}$ en tres puntos posibles diferentes, A, B, y C.

Si se aplica $\vec{E}$ exactamente en el mismo punto A que $\vec{F}$ (figura 3.5(b)), con ciertos cuidados, se puede llegar a cancelar su efecto. Se habría llegado a un equilibrio total entre las acciones, y la resultante nula, esta situación equivaldría a la ausencia de fuerzas sobre el cuerpo.

Si se aplica en B (figura 3.5(c)), se llega a un equilibrio entre las acciones, pero el cuerpo queda tensionado entre un agente que tira hacia la izquierda desde B y otro que tira hacia la derecha desde A. El cuerpo se deforma un poco o mucho (el segmento AB se estira algo), y hasta puede romperse. Si no se rompe, el sistema queda equilibrado, y en lo que respecta al movimiento (ignorando las tensiones internas) la resultante nula en este caso, también equivale a la ausencia de fuerzas.

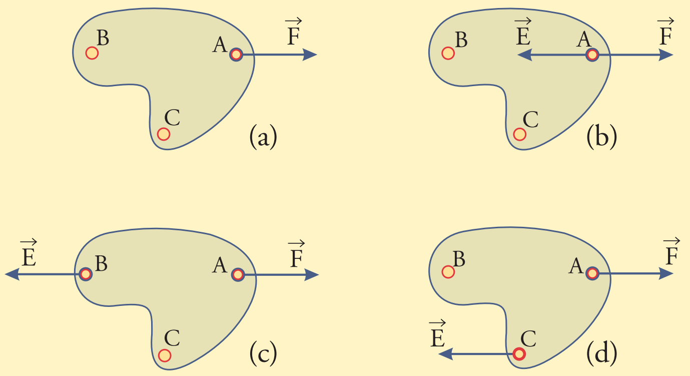


Fig. 3.5. (a): se aplica $\vec{F}$ en el punto A de un cuerpo. (b), (c), (d): se muestra E aplicada respectivamente en A, B, y C.

Ahora bien, si se aplica en C (figura 3.5(d)), queda claro que aunque el cuerpo en conjunto no se traslade hacia la derecha ni hacia la izquierda, la fuerza $\vec{E}$ no podrá impedir que la $\vec{F}$ desplace al punto A hacia la derecha, ni la $\vec{F}$ podrá impedir que $\vec{E}$ desplace al B hacia la izquierda. Estos desplazamientos constituirán, en principio, una rotación del cuerpo en sentido horario (tendiente a alinear el segmento AC con las fuerzas). De manera que en este caso vemos que $\vec{E}$ equilibra a $\vec{F}$ en lo que se refiere a las posibilidades de traslación del cuerpo, pero no relación con posibles rotaciones.

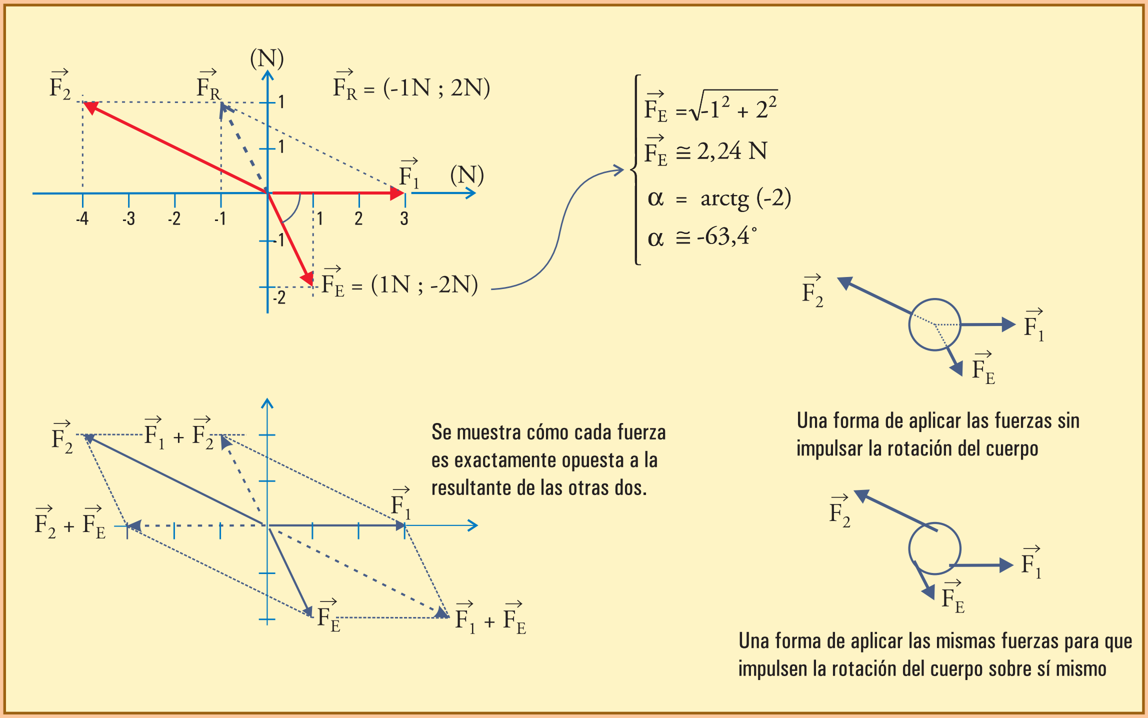
Veremos más adelante, al estudiar rotaciones, que hay una 2da condición de equilibrio que tiene en cuenta dónde se aplican las fuerzas. Esta condición determina si el sistema de fuerzas puede o no impulsar rotaciones.

En función de esto es que la condición de equilibrio que aquí estamos estudiando se denomina también "condición de equilibrio de traslación".

- **Ejemplo**

1. En un sistema de ejes cartesianos elija una escala adecuada y dibuje las fuerzas:
$\vec{F}_1 = (3\ N ; 0\ N)$; $\vec{F}_2 = (-4\ N ; 2\ N)$.
2. Encuentre gráficamente la equilibrante de este sistema de dos fuerzas, escríbala como par ordenado, y calcule su módulo y el ángulo que forma con los ejes.
3. Para el sistema formado por $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, y $\vec{F}_E$, muestre gráficamente que cada fuerza es equilibrante del sistema que forman las otras dos.
4. Dibuje esquemáticamente un cuerpo con $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, y $\vec{F}_E$ aplicadas de manera de no impulsar su rotación, y otro con las mismas fuerzas aplicadas de manera de impulsar su rotación.

- **Desarrollo**



Se muestra cómo cada fuerza es exactamente opuesta a la resultante de las otras dos.

Una forma de aplicar las fuerzas sin impulsar la rotación del cuerpo

Una forma de aplicar las mismas fuerzas para que impulsen la rotación del cuerpo sobre sí mismo

Toda aplicación de fuerza por un cuerpo A sobre otro B, da lugar a una reacción exactamente opuesta y de la misma intensidad, aplicada por el cuerpo B sobre el A.

Principio de acción y reacción

Para seguir avanzando en el concepto de fuerza debemos enunciar otro de los tres principios de la dinámica, llamado principio de acción y reacción (en general se lo enuncia en tercer lugar, pero para este texto conviene hacerlo ahora), que dice:

Al igual que los otros, este principio no tiene excepciones, y vale tanto si las fuerzas son de contacto, como si no lo son (caso de la gravedad, por ejemplo).

Cada fuerza sólo existe junto con su reacción, y ambas constituyen un *"par acción-reacción"*. Ambas son exactamente iguales en módulo, opuestas, y existen al mismo tiempo -ninguna precede en lo más mínimo a la otra, ni la supera en ninguna cantidad-.

Cualquiera de las dos puede ser denominada acción, y la otra por lo tanto es la reacción.

Y, además, no se anulan entre sí. Porque no actúan sobre el mismo cuerpo.

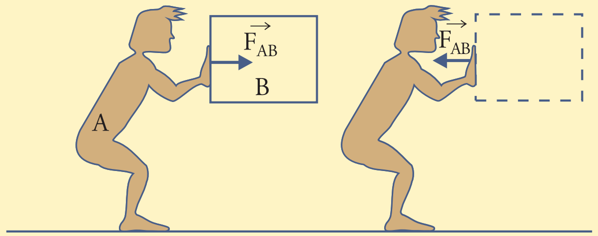


Fig. 3.6. El agente A aplica fuerza sobre un cuerpo B. Al hacerlo el agente A siente esa acción como una presión, en este caso sobre la palma de sus manos.

Esto suele parecer confuso, pero se puede entender analizando cualquier situación elemental de aplicación de una fuerza, como la siguiente.

Un agente A aplica la fuerza $\vec{F}_{AB}$ sobre el cuerpo B empujándolo con las palmas de sus manos (como se muestra esquemáticamente en la figura 3.6.). B, hasta ese momento, estaba en reposo sin contacto con ningún otro cuerpo (supongamos que no hay gravedad, para poder concentrarnos en lo que interesa: A y B están como flotando en la nada).

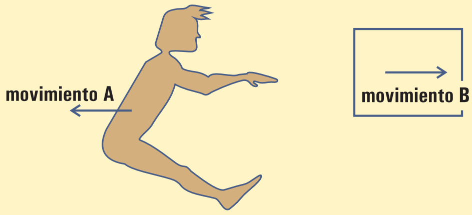


Fig. 3.7. Después del empujón, terminado el contacto, A viaja hacia la izquierda y B hacia la derecha.

Por efecto de $\vec{F}_{AB}$ el cuerpo B sale del reposo y comienza a desplazarse hacia la derecha. Pero al empujar a B, el agente A siente en las palmas de sus manos la intensidad de la fuerza. Él siente esa fuerza que aplica, es decir siente el contacto de B, que actúa sobre sus palmas presionándolas. Y una presión sobre la palma de sus manos, es lo que sentiría en cualquier situación en la cual algún objeto se apoyara allí para empujarlo hacia la izquierda. *De manera que lo que siente A al empujar a B es una fuerza hacia la izquierda que B le aplica*. Y así A resulta impulsado hacia la izquierda. En lenguaje coloquial podemos decir que él mismo se está impulsando hacia atrás apoyándose en B, pero en el lenguaje de la física, la fuerza que actúa sobre A, es aplicada por B.

El agente A siente en la piel de sus manos la acción según el empuje con más o menos intensidad. La fuerza sería sentida tanto por el cuerpo B (si tuviese capacidad de sentir) como por la palma de la mano de A. Lo que siente uno se denomina acción, y lo que siente o sentiría el otro se denomina reacción.

Es importante entender que en este caso el agente A es consciente de lo que hace y de lo que siente. Él puede decidir empujar a B para lograr determinado efecto, o no hacerlo, mientras que B es un objeto inerte, que no puede decidir ni sentir nada. Esto podría sugerir engañosamente que sólo A aplica fuerza, pero la realidad es que para la física, la conciencia que A puede tener de la acción es irrelevante, y ambos cuerpos son equivalentes en cuanto su capacidad de aplicar fuerza.

Para entender física tenemos que ser capaces de separar conceptualmente el acto de aplicar una fuerza, que es resultado del contacto entre cuerpos, de la conciencia o de la intención que puede tener algún agente.

De manera que una forma de entender más fácilmente el significado de este principio es imaginar la zona en que los medios interactúan (en el ejemplo podría ser la piel de la palma de las manos de A). Cuando, como en este ejemplo, esta zona está comprimida, o sea aplastada en algún grado, sólo puede estarlo si desde *ambos lados* actúan fuerzas opuestas tendiendo a aplastarla: no se puede aplastar algo empujando desde un lado, si no hay algo que se oponga desde el otro lado. Esas fuerzas opuestas son las acciones de cada cuerpo sobre la zona. Si luego hacemos abstracción de la idea de una zona comprimida, nos queda la idea de que ambos cuerpos en interacción actúan con fuerzas opuestas sobre la zona. Los mismos razonamientos valen si la zona es "estirada" por las fuerzas, o deformada de cualquier otra manera, además de aplastada. La tensión, de cualquier tipo que sea, que se establece en la zona de contacto entre cuerpos o sistemas es tal que a través de la superficie de separación, ambos se aplican recíprocamente fuerzas opuestas.

La situación del ejemplo anterior puede ser enriquecida con la presencia de la gravedad y el piso. Supongamos que el cuerpo B está apoyado sobre rueditas sobre una superficie horizontal bien lisa, para que no haya fuerzas horizontales sobre él, más que la acción de A. El agente A, a su vez, está apoyado sobre el piso (figura 3.8).

Ahora todo el análisis es igual para el cuerpo B. Pero el agente ya no sale impulsado hacia atrás, porque el piso, sobre el que está apoyado, se lo impide: al recibir el empuje hacia la izquierda por parte de B (como reacción a su acción de empujarlo), sus pies tienden a deslizarse sobre el piso hacia la izquierda, pero aparece el *rozamiento*, que es la fuerza $\vec{F}_{PA}$ que el piso le aplica hacia la derecha impidiéndoselo. En esta parte del proceso, sus pies empujan al piso hacia la izquierda con $\vec{F}_{AP}$. El par $\vec{F}_{PA}$, $\vec{F}_{AP}$, es un par acción-reacción que se desarrolla horizontalmente en el contacto pie-piso

En resumen (mencionando sólo las fuerzas horizontales):

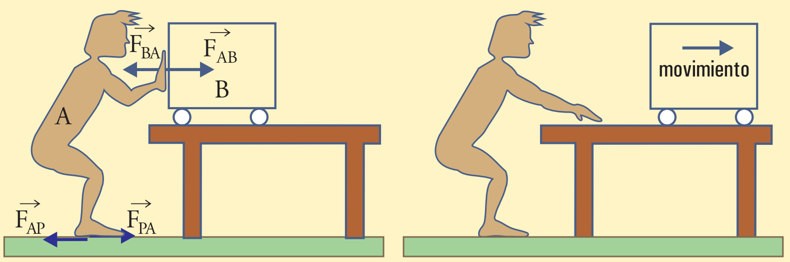


Fig. 3.8. A la izquierda se muestra que el agente A aplica fuerza $\vec{F}_{AB}$ con las manos sobre un cuerpo B, y $\vec{F}_{AP}$ con los pies sobre el piso, mientras que B aplica $\vec{F}_{BA}$ sobre él, y el piso aplica $\vec{F}_{PA}$ también sobre él. A la derecha se muestra que, como resultado de todas estas acciones, el cuerpo B se mueve hacia la derecha porque sobre él sólo actuó horizontalmente $\vec{F}_{AB}$, pero A no se mueve porque sobre él actuaron dos fuerzas opuestas que se cancelaron. *(Ver figura 3.9 para completar.)*

Sobre B actúa $\vec{F}_{AB}$ hacia la derecha y ninguna otra acción para equilibrarla. El cuerpo B se mueve impulsado hacia la derecha.

Sobre el agente A actúa $\vec{F}_{BA}$ hacia la izquierda, aplicada por B, y $\vec{F}_{PA}$ hacia la derecha aplicada por el piso. Ambas se equilibran y el agente no se mueve.

El piso recibe la acción $\vec{F}_{AP}$ hacia la izquierda, ninguna acción para equilibrarla $\longrightarrow$ el planeta Tierra es impulsado hacia la izquierda. ¡Sí, el planeta es impulsado hacia la izquierda como consecuencia de que a alguien se le ocurrió empujar a un cuerpo hacia la derecha! ¡Y se mueve! Pero como su masa es tan grande, su movimiento es indetectable por lo pequeño!

Nota 5. ¡Cuidado con la reacción!

En la vida diaria es común hacer alusión a este Principio interpretando equivocadamente que contiene una advertencia sobre cierta reacción opuesta que debería provocar cualquier acto. Así se lo relaciona tanto con la posible reacción de una persona que es agredida por otra, o de la masa popular luego de algún mal acto del gobierno, como con la reacción de un trampolín que lanza hacia arriba al saltador después de que éste actuó hundiéndolo. Es importante entender que este principio fundamental no se refiere, ni siquiera indirectamente, a ninguno de estos tres ejemplos comentados ni a ninguna otra cosa que no sea exclusivamente el mecanismo por el cual dos cuerpos se aplican mutuamente fuerza.

Un aspecto que a veces nos permite advertir si estamos intentado aplicar este principio donde no corresponde, es revisar si la reacción se espera posteriormente *o* simultáneamente *a la acción: si la reacción sigue* posteriormente *a la acción, ya es seguro que no corresponde.*

Otro aspecto que también denunciaría el error en la aplicación de este principio sería la posibilidad de que exista algún mecanismo por el cual la reacción podría faltar o aparecer debilitada; *por ejemplo, la posibilidad de que el trampolín se rompa al ser pisado, o la posibilidad de que la persona agredida no haga frente al agresor. Etc.*

Este Principio se refiere exclusivamente a la forma en que se manifiestan las fuerzas en la interacción entre dos cuerpos: siempre exactamente opuestas y exactamente simultáneas. Lo cual es válido siempre, tanto si al aplicar una fuerza a un cuerpo todo se reacomoda sin rom-perse, como si se produce la ruptura del cuerpo. Tanto si finalmente todo queda estático, habiéndose logrado el equilibrio entre todas las fuerzas actuantes sobre el cuerpo, como si no se llega al equilibrio y se produce el movimiento, o la desviación del cuerpo, o cualquier otra cosa.

• Diagrama de cuerpo aislado

Para tratar cualquier situación resulta fundamental elaborar un modelo adecuado, que tenga en cuenta sólo los elementos que son relevantes.

En un problema de mecánica lo único que se considera relevante de cada objeto vecino es la fuerza que aplica al cuerpo en estudio. Podemos hacer un dibujo o esquema con todos los elementos del modelo, llamado *diagrama de cuerpo libre*, o de *cuerpo aislado*. En este esquema se muestra solamente el cuerpo en cuestión, y las *fuerzas que actúan sobre él*, y se ignoran explícitamente las reacciones con las que *él actúa sobre sus vecinos*.

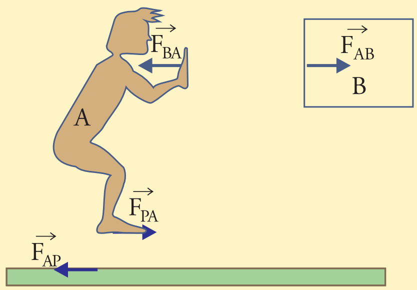


Fig. 3.9. Diagramas de cuerpo libre limitado a las fuerzas horizontales correspondiente al caso de la figura 3.8. Cada fuerza componente de un par acción-reacción aparece aplicada sobre el cuerpo que corresponde, y resulta más fácil entender su efecto.

Como ejemplo simplificado (porque lo limitamos sólo a las fuerzas horizontales), para explicar más claramente la situación de la figura 3.8, podríamos hacer una figura como la 3.9, que muestra por separado los cuerpos que interaccionan con las fuerzas que actúan sobre él.

Para dibujar el diagrama de cuerpo libre se siguen los siguientes pasos:

1) Se realiza un análisis global inicial de la situación para reconocer los aspectos más importantes (luego *muchos detalles surgirán al revisar los dibujos que resulten*).

2) Se dibuja el cuerpo o sistema en estudio solo, aislado.

3) Se revisa cada uno de los vecinos que tiene contacto con el cuerpo en estudio, se analiza cómo es la interacción entre ambos, y se dibuja, de la manera más clara y representativa posible, *la fuerza que el vecino ejerce sobre él*, ignorándose la correspondiente reacción (del cuerpo dibujado sobre el vecino). En este análisis se incluyen las fuerzas *posibles*: donde hay contacto con un vecino se dibuja una fuerza con las características que ese vecino hace posible aunque no se sepa si realmente actúa. Luego de la resolución completa del caso, surgirá si esa fuerza es nula (es decir que realmente no existe) o no.

4) Se revisa globalmente lo hallado, es decir, se vuelve al punto 1) rehaciendo el proceso, y se efectúan modificaciones si ello surge del análisis.

Se obtiene así un esquema (que en general es cualitativo, aproximado aunque sin escala exacta) en el cual deben estar dibujadas todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en estudio, a partir del cual recién se puede plantear el análisis formal de cualquier situación.

En general, dada una fuerza $\vec{F}_0$ aplicada por el agente exterior, en el diagrama

• estará ella,

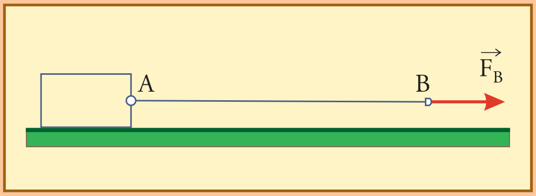
• luego habrá otras que están por otras razones independientes de dicho agente, como por ejemplo, el peso,

• y finalmente habrá otras aplicadas por los vecinos como consecuencia de la acción considerada del agente.

A estas últimas suele denominarse *reacciones*, sin que esta denominación implique que forman par acción-reacción con $\vec{F}_0$, ya que cada una pertenece a un par acción-reacción que corresponde a la interacción con uno de los vecinos. Deberemos aplicar estas indicaciones *cada vez que estudiemos alguna situación*.

• **Ejemplo**

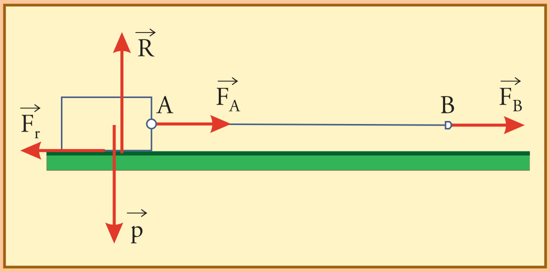
Un agente tira del extremo B de una cuerda horizontal cuyo otro extremo A está sujeto a un cuerpo que está apoyado sobre el suelo, como se muestra. Supongamos que todo queda estático porque la fuerza $\vec{F}_B$ que aplica el agente, es incapaz de vencer el rozamiento que se desarrolla entre el cuerpo y el piso.



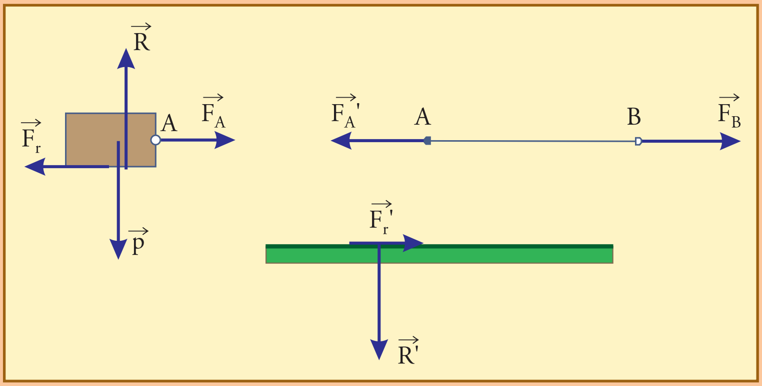
Analice la situación y todas las fuerzas intervinientes, mostrando los diagramas de cuerpo libre del cuerpo y del hilo.

• Desarrollo

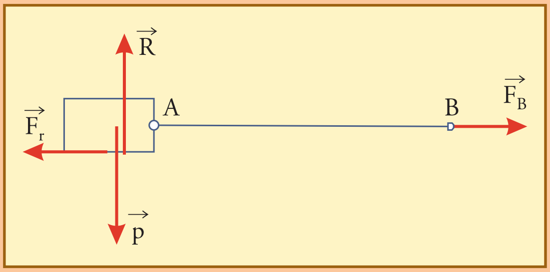
1) Análisis de la situación:
El agente externo tira de la cuerda, con una fuerza aplicada en B ($\vec{F}_B$), y como consecuencia de ello la cuerda tira del cuerpo con una fuerza aplicada en A ($\vec{F}_A$); mientras tanto el cuerpo está sometido a la acción de la gravedad ($\vec{P}$), y sostenido por el piso con cierta reacción ($\vec{R}$). Además la fuerza de rozamiento ($\vec{F}_r$) tira hacia atrás en la superficie de contacto con el piso, y podría no estar si hubiera alguna aclaración explícita de que no se considere el rozamiento. En la figura que sigue se muestran todas estas fuerzas, sin pretensiones de que el dibujo sea completo.



Este análisis inicial nos ha dejado algunos interrogantes como: ¿$\vec{F}_A$ tiene el mismo módulo que $\vec{F}_B$? ¿Cuáles son los valores (módulos) de $\vec{F}_r$ y de $\vec{R}$? Para aclarar todos estos detalles revisemos diagramas de cuerpo libre, en los cuales para cada fuerza, designaremos con prima (') a su compañera del par acción-reacción.



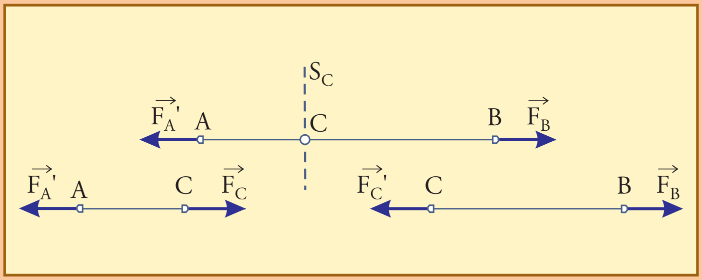
Del diagrama de cuerpo libre del cuerpo se concluye que, por el equilibrio entre las acciones verticales, $\vec{R}$ tiene el mismo módulo que $\vec{P}$ ($R = P$), y por el de las horizontales, $\vec{F}_r$ tiene igual módulo que $\vec{F}_A$ ($F_r = F_A$).
Del diagrama de cuerpo libre de la cuerda, se concluye que $\vec{F}_A$ se equilibra con ($F_A' = F_B$), y dado que tiene el mismo módulo que $\vec{F}_A$, porque constituyen un par acción-reacción, entonces se concluye, por un lado que:
En este caso la cuerda transmite directamente la fuerza que le aplica el agente externo en B, aplicando en A una fuerza de exactamente el mismo módulo, que también es el módulo de la fuerza de rozamiento que se desarrolla (debido a que en este caso el rozamiento impide el movimiento).
Por otra parte, el piso resulta pisado por el cuerpo con fuerza $\vec{R}'$ (reacción a $\vec{R}$), cuyo módulo es el del peso $\vec{P}$ (veremos más detalles después de hablar de la fuerza de gravedad), y resulta empujado horizontalmente hacia la derecha por el rozamiento con la misma intensidad de la fuerza externa aplicada en B.
Además es interesante notar que si se considera el sistema "cuerpo + cuerda", para este sistema las fuerzas en A serían interiores y no aparecerían en el diagrama de cuerpo libre, el cual sería:



En este diagrama, el equilibrio horizontal indica directamente que $F_r = F_B$, sin la intervención de las fuerzas en A.

Por último, es interesante aprovechar este ejemplo para destacar que en cualquier punto C de la cuerda se puede considerar una superficie imaginaria S_C que separa la cuerda en dos partes: AC y CB. El equilibrio de cada una de esas partes - como se ve a continuación en los diagramas de cuerpo libre- obliga a considerar fuerzas en C para su explicación. Estas fuerzas en C, que son $\vec{F}_C$ y $\vec{F}'_C$, son fuerzas exteriores cada una para cada segmento y forman un par acción-reacción. Obviamente, el módulo de ambas es igual al de la fuerza aplicada en B por el agente. La misma situación puede imaginarse para cada uno de los infinitos puntos de la cuerda y, en general, para cada sección imaginable de cualquier cuerpo tensionado cuando transmite una fuerza.

Esto significa que el cuerpo que transmite la fuerza, la cuerda AB, está tensionada en todos sus puntos. En cualquiera de sus secciones que se considere, hay un par acción-reacción constituido por fuerzas interiores que no se tienen en cuenta al hablar del sistema total, pero que pueden ser considerados, si es necesario, para determinados fines.



3.2. Fuerzas de contacto

Lo que discutimos en el ejemplo anterior, acerca de que un cuerpo -la cuerda en ese caso- sobre el que se aplica una fuerza, la transmite en virtud de un estado de tensiones que se establece en todos sus puntos, es un caso simple de la forma en que las fuerzas se ejercen y transmiten en cualquier situación. Por ejemplo, y sólo para enriquecer las mismas ideas, consideremos la situación de la figura 3.10, en la que el vehículo A empuja al B aplicándole la fuerza $\vec{F}_{AB}$.

La fuerza de empuje sólo comienza a existir en el instante en que A toma contacto con B; lo que ocurre a través de la superficie de contacto S. S puede ser simplemente una superficie ideal que delimita el sistema: lo que está a un lado de S es A, y lo que está al otro lado es B.

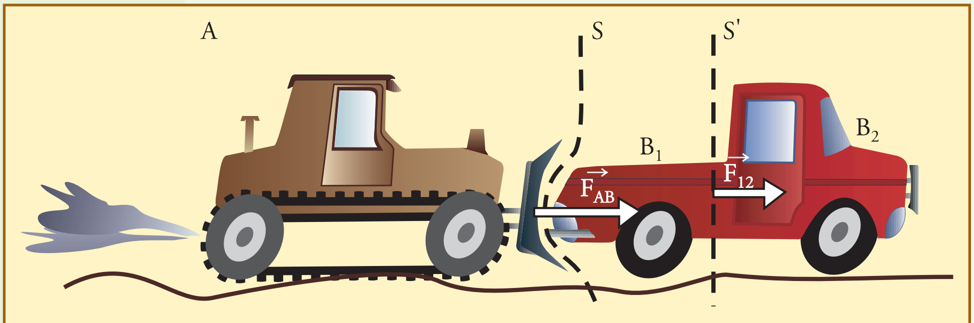


Fig. 3.10. A aplica la fuerza de empuje $\vec{F}_{AB}$ sobre B a través de la superficie de contacto S que prolongamos con línea de trazos. A su vez, eso causa que B_1 empuje a B_2 a través de S'. B_2 es empujado directamente por B_1, y no por A.

Si imaginamos cualquier superficie como S' que divide idealmente a B delimitando B_1 y B_2, podemos decir: B_2 es un sistema con materia que estaba en reposo y que ha sido puesto en movimiento, pero que no fue tocado por A. Si nos preguntamos quién o qué lo puso en movimiento, tratando de ir más allá de la idea trivial de que "fue A" quien lo hizo, diremos: "A no tuvo contacto directo con B_2, A empujó a B_1 a través de S, y fue B_1 quien, a través de S', empujó directamente a B_2". B_1 es un sistema que transmitió la acción de A hasta B_2 .

En general, cada parte de un sistema puede, a su vez, ser considerada *un sistema*, que recibe la acción del resto a través de la superficie que la delimita. Cada parte es empujada a través de la correspondiente superficie por el resto del sistema, y este empuje indica que en cada superficie hay tensiones, es decir, **fuerzas distribuidas**.

En el interior de cualquier sistema sobre el que actúan fuerzas se produce un estado de tensiones, por medio del cual la fuerza es transmitida, a través de cada sección imaginable, donde lo que está de un lado actúa lo que está del otro.

Tensión

Usamos la palabra **tensión**, o **esfuerzo**, para designar cómo está distribuida la fuerza que se ejerce a través de una superficie dada.

El ***tipo de tensión*** nos indicará cómo actúa la fuerza, y su ***intensidad***, definida como la fuerza por unidad de superficie, nos indicará cuán concentrada está la fuerza en la superficie.

Si S es la extensión de una superficie plana a través de la cual se aplica una fuerza distribuida uniformemente, entonces:

$$\textbf{Intensidad o valor de la tensión} = \frac{Fuerza_{\text{a través de } S}}{S} \qquad (3.3)$$

Nota 6. Sobre el punto de aplicación de las fuerzas

Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo concreto, éste sufre determinados efectos de distinta índole. Por ejemplo, en cuanto a la ruptura del material no depende de la fuerza total, sino de la tensión, es decir de cuánta fuerza actúa por unidad de área. Generalmente, se simplifica al hablar del **punto de aplicación** *de la fuerza. Eso es válido para ciertas aplicaciones, pero se aparta de la realidad: ninguna fuerza se aplica en un punto, siempre se distribuye su aplicación en alguna superficie; la pretensión de aplicarla en un punto, es decir en una superficie S=0, daría por resultado una tensión infinita, que ningún material resistiría.*

Deformación elástica

Todo cuerpo se deforma cuando se le aplican fuerzas. Según la forma, las fuerzas aplicadas, y el material, algunos se deforman más y otros menos. Fuerzas más pequeñas producen deformaciones proporcionalmente más pequeñas, pero no nulas. De manera que siempre hay un estado de deformación asociado con el estado de tensión de cada cuerpo.

Ya hemos dicho que se denomina elástica a la deformación, sea grande o pequeña, que desaparece al suspenderse la aplicación de la fuerza. Hay muchos materiales que poseen un definido comportamiento elástico mientras las tensiones a que se los somete no superen determinados valores propios de cada uno. Dentro de esa *"zona elástica"* el material resistirá la deformación aplicando una fuerza *proporcional* a la misma, orientada en el sentido de recuperar la forma inicial o "de equilibrio". Se denomina fuerzas elásticas, o fuerzas recuperadoras, a las fuerzas de este tipo, que *son las fuerzas fundamentales en toda oscilación o vibración*.

Tal como el concepto de elasticidad lo requiere, estos materiales sólo dejan de aplicar la fuerza cuando el cuerpo ha vuelto completamente a su forma original, ya que mientras exista una pequeña deformación, existirá una fuerza recuperadora proporcional a dicha deformación. La ley de fuerza proporcional a la deformación se denomina *ley de fuerza elástica*.

Para cada material se puede definir el llamado *módulo de elasticidad*, indicativo de la constante de proporcionalidad entre tensión aplicada y deformación sufrida por el cuerpo, según cierto detalle de procedimiento. Los materiales que tienen mayor módulo de elasticidad son los que se deforman menos bajo la acción de la misma tensión, son los que comúnmente se denominan más "duros".

Ley de Hooke

Para un cuerpo dado, la relación entre la fuerza total que se le aplica y la deformación total registrada depende en gran medida de *su forma* y del *tipo de deformación* a que se lo somete, además de depender de las propiedades del material del que está compuesto. De manera que es posible construir, por ejemplo, resortes de acero que se estiren mucho con fuerzas pequeñas, y resortes del mismo acero que se estiren poco con fuerzas grandes. No obstante, para todos ellos habrá una serie de valores de fuerza, o de deformación, dentro de la que el material se comportará elásticamente.

El caso de resortes es interesante para los movimientos oscilatorios. Para este caso la ley de fuerza elástica se denomina **"Ley de Hooke"**, en honor a Robert HOOKE (1635-1703); en ella la constante de proporcionalidad entre fuerza y deformación (tanto estiramiento como acortamiento), se denomina ***constante elástica*** del resorte, *k*.

Colocando el eje x a lo largo del eje del resorte, puede se escribir:

(3.4) Constante elástica:

$$k = \frac{|F_x|}{|\Delta x|}$$

$$k = \frac{fuerza\ aplicada}{estiramiento}$$

La expresión (3.4) se puede aplicar para definir la constante elástica de cualquier sistema elástico en general, aunque no tenga forma de resorte.

Ejemplo

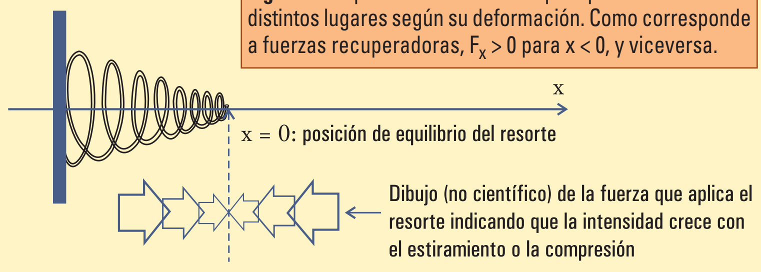
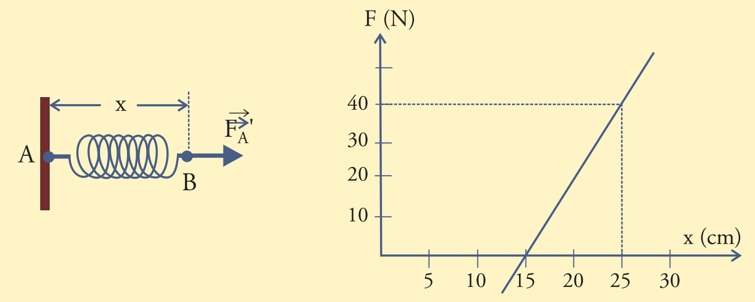


Fig. 3.11. Esquema de las fuerzas que aplica un resorte en distintos lugares según su deformación. Como corresponde a fuerzas recuperadoras, $F_x > 0$ para $x < 0$, y viceversa.

La siguiente gráfica muestra la fuerza necesaria para estirar un resorte dado hasta una longitud total x cualquiera:

a) Calcule la constante elástica k, e indique la longitud de equilibrio de este resorte (sin tensión).

b) Suponga que un agente tira del extremo B, estirándolo hasta x' = 24 cm. Complete la figura indicando (calcule los valores que hagan falta)



- el vector $\vec{F}_{B(ext)}$ que indica la fuerza con la cual el agente tira del resorte en B.
- el vector $\vec{F}_{B(res)}$ que indica la fuerza con el cual el resorte tira del agente en B.
- el vector que $\vec{F}_{A(res)}$ indica la fuerza con la cual el resorte tira de su anclaje en A.

(Para cada uno de los vectores indique el módulo, y además escríbalo como par ordenado).

c) Dibuje el diagrama de cuerpo libre del resorte.

Desarrollo

a) La longitud de equilibrio es x_0 = 15 cm, y la constante elástica:

$$k = \frac{40\,N}{25cm - 15cm}$$

k= 4 N/cm

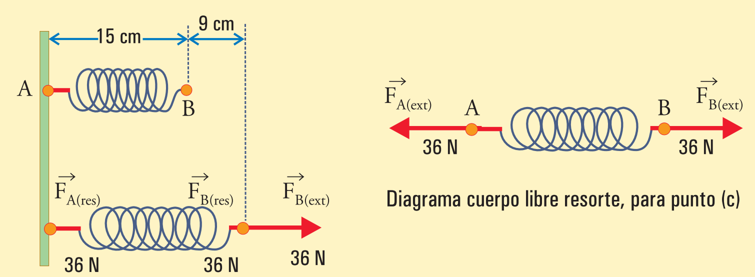
k= 400 N/m

b) Para estirar este resorte hasta 24 cm, hay que tirar con una fuerza de módulo:

módulo fuerza = 4(N/cm) x (24 – 15) cm

módulo fuerza = 36 N

De manera que los vectores que intervendrán en esta situación, que es de equilibrio, serán todos de ese módulo, y para ver el sentido de cada uno es necesario inspeccionar la situación en un dibujo:



Estos vectores escritos como par ordenado son: $\vec{F}_{B(ext)}$ = (36 N ; 0 N) , $\vec{F}_{B(res)}$ = (-36 N ; 0 N), $\vec{F}_{A(res)}$ = (36 N ; 0 N) , $\vec{F}_{A(ext)}$ = (-36 N ; 0 N).

3.3. Fuerza de gravedad

Ley de gravitación universal

Uno de los más grandes éxitos de NEWTON fue mostrar que la fuerza que atrae los cuerpos hacia abajo, a la que llamamos "peso", es la misma que mantiene a la Luna en su órbita. Este es un caso particular de un fenómeno absolutamente universal, que se manifiesta a través de atracciones entre todos los astros, denominado *gravitación*.

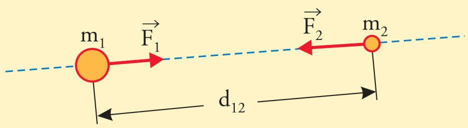


Fig.3.12. La fuerza de gravedad es una acción mutua, y como corresponde al principio de acción y reacción, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. La fuerza sobre el cuerpo de mayor masa es exactamente de igual intensidad que la que actúa sobre el de menor masa.

NEWTON enunció en 1687, junto con las leyes del movimiento, la Ley de gravitación universal, que establece que entre dos cuerpos cualesquiera se manifiesta una fuerza de atracción mutua, con intensidad directamente proporcional a ambas masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros; y absolutamente independiente de cualquier otra cosa.

La expresión para el módulo de la fuerza de atracción entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2, cuyos centros están a distancia d_{12} uno de otro, es:

$$F_1 = F_2 = F = G\,\frac{m_1\, m_2}{d_{12}^{\ 2}} \qquad (3.5)$$

donde G es una constante de proporcionalidad llamada "constante de fuerza gravitatoria" que depende solamente del sistema de unidades utilizado, y cuyo valor, que se determina experimentalmente, es $G \cong 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$.

Nota 7. El significado de la constante G

La constante G se puede interpretar diciendo que una vez aceptada la ley **«F es proporcional a $m_1\, m_2 / d_{12}^{\ 2}$ »**, *se hace necesario, para cada sistema de unidades, contar con una constante de proporcionalidad que permita que se obtengan los valores reales, experimentales, cualesquiera sean las unidades de masa, distancia, y fuerza elegidas en ese sistema.*

Es decir, si medimos la fuerza que aparece sobre una masa $m_1 = 1$ kg , debida al campo gravitatorio de otra $m_2 = 1$ kg , situada a 1m de distancia, obtenemos **experimentalmente***: $F \cong 6{,}67 \times 10^{-11}$ N, y el valor de la constante G es quien debe reflejar este resultado experimental. Para ello G debe tener un valor y unidad tal que: $G \times 1\mathrm{kg} \times 1\mathrm{kg} / 1\mathrm{m}^2 \cong 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.*

De manera que en cada sistema de unidades el valor numérico de la constante universal G es exactamente el valor de la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos de la unidad de masa, situadas a la unidad de distancia uno de otro. *El valor de esta constante se determina experimentalmente con muy delicados aparatos, y su extrema pequeñez (~ 10^{-11} en las unidades que estamos usando) es la explicación de porqué estas atracciones entre diferentes cuerpos de la vida diaria pasan totalmente desapercibidas (excepto cuando uno de los cuerpos es el planeta Tierra).*

• Campo gravitatorio

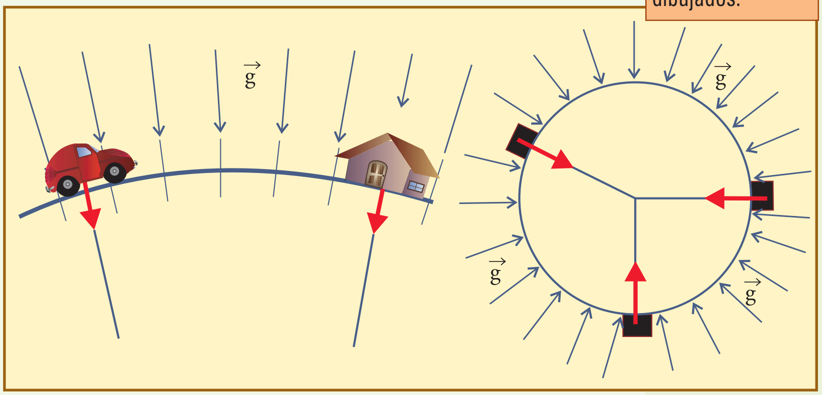
La idea de "fuerzas a distancia", o "acciones a distancia", que pudieran ejercerse sin necesidad de un contacto, desagradaba a todos, y también a NEWTON, pero fue aceptada porque nadie pudo interpretar de otra manera la gravitación por muchos años.

Bastante tiempo después se desarrolló la noción de campo, que es fundamental en la física moderna, por lo cual haremos uso de algunas *ideas y palabras* que tienen que ver ella, aunque sin pretender profundizar en el tema.

Así diremos que cada cuerpo tiene un campo de fuerza gravitatoria, proporcional a su masa, por medio del cual atrae a otros cuerpos.

El campo gravitatorio producido por *cuerpos de la vida diaria* de algunos kilogramos o toneladas, es *tremendamemente débil*, como se desprende de la pequeñez de la constante G en la ley (3.5): se requiere una masa enorme, del orden de la de un planeta para que la acción del campo resulte perceptible. Un cuerpo como nuestro planeta de ~10^{25} kg produce un campo muy notable, que al actuar sobre un cuerpo cualquiera de los que utilizamos todos los días, se manifiesta como la llamada fuerza peso del cuerpo, proporcional a su masa. Esta fuerza es responsable prácticamente de casi todas las cosas que suceden en nuestro mundo: determina que la tierra nos retenga sobre su superficie, y también que retenga su atmósfera sin la cual no podríamos respirar.

Fig. 3.13. El campo gravitatorio, representado con las líneas finas apuntando hacia el centro del planeta, define en cada lugar la noción de verticalidad. Las flechas más gruesas son los vectores peso de los distintos cuerpos dibujados.



Es costumbre representar el campo gravitatorio de un planeta con una especie de lluvia de vectores dirigidos como la fuerza que resulta sobre un cuerpo que esté allí, es decir verticalmente hacia abajo. Designaremos con $\vec{g}$ a estos vectores.

La intensidad o módulo del campo gravitatorio en un planeta dado, se define como el peso de un cuerpo de masa m, dividido por m (es decir por unidad de masa):

$$g = \frac{P}{m} \tag{3.6}$$

Definido de esta manera, dado que el peso de cualquier cuerpo es proporcional a su masa, el campo gravitatorio resulta ser independiente de la masa del cuerpo que se considera, y depende sólo de las características del planeta.

Es importante notar que en comparación con el radio de la Tierra (R $\cong$ 6.370 km) todas las cosas cotidianas pueden considerarse pegadas a la superficie: subir hasta el techo de una casa, o 1.000 m en una avioneta, o 10 km en un avión de alta performance, por encima de las nubes y de las montañas más altas, no puede considerarse que sean alejamientos sensibles del centro de la Tierra. De manera que para aplicar la ley (3.5) a un cuerpo de masa m en la superficie de un planeta de masa M y radio R, la distancia d entre los centros de los cuerpos será aproximadamente igual a R, y tendremos:

$$\text{Peso} = \frac{G\,M\,m}{R^2} \tag{3.7}$$

Y por lo tanto, g, considerado como el peso por unidad de masa, g = P / m, queda:

$$g = \frac{G\,M}{R^2} \tag{3.8}$$

Si en esta expresión colocamos los valores que corresponden para nuestro planeta, M ≅ 5,98×1024 kg, R ≅ 6374 km) tenemos:

$$\text{Peso} \cong \frac{6{,}67\times10^{-11}\dfrac{N\cdot m^2}{kg^2}\times 6\times10^{24} kg \times m}{(6370\times10^3 m)^2}$$

$$\text{Peso} \cong 9{,}81\frac{N}{kg}\times m \tag{3.9}$$

Y de aquí, teniendo en cuenta que P = m g, resultan las expresiones que tendrán valor práctico para nosotros:

$$\boxed{g \cong 9{,}81\ \text{N/kg}} \quad ; \quad \boxed{P \cong m\ \text{kg x } 9{,}81\ \text{N/kg}} \tag{3.10}$$

Según la expresión (3.8) tenemos que el valor de g varía levemente de un lugar a otro, debido a que la Tierra está levemente achatada en los polos, de manera que el valor 9,81 corresponde a los lugares a 45º de latitud, a nivel del mar.

Si además advertimos que R en el denominador de la expresión (3.8), expresa la distancia entre el centro del planeta y el punto en el cual se calcula el campo gravitatorio, concluimos que éste se debilita si aumenta la altura del punto.

Ahora bien, dado que el radio terrestre es muy grande, en todas las circunstancias de la vida práctica el debilitamiento del campo gravitatorio con la altura a la que se sitúa un cuerpo es prácticamente imperceptible; es más lo que varía la gravedad de un lugar a otro debido a distribuciones inhomogéneas de yacimientos minerales, que lo que varía, por ejemplo, debido a que alguien se aleje del suelo en una avioneta o cosa similar.

Aún un satélite típico, que orbite a ~ 600 km por encima de la superficie terrestre, *ya está fuera de la atmósfera*, y sin embargo su distancia al centro del planeta sólo es un

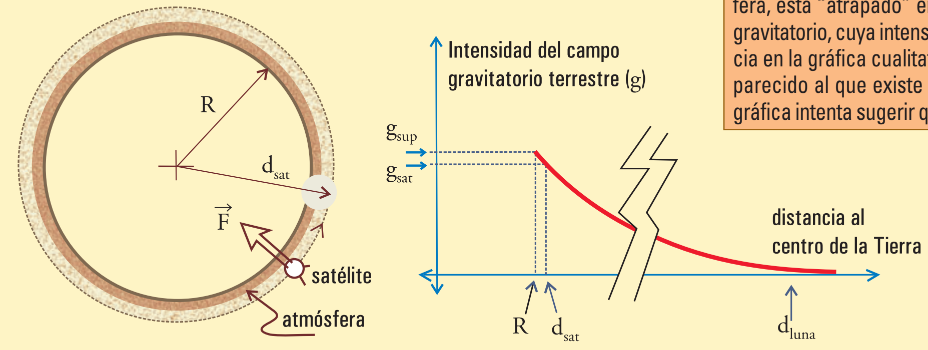


Fig. 3.14. Un satélite orbitando a 1.000 km de altura sobre la superficie de la Tierra, ya totalmente fuera de la atmósfera, está "atrapado" en órbita por la acción del campo gravitatorio, cuya intensidad en ese lugar, según se aprecia en la gráfica cualitativa de la derecha, tiene un valor parecido al que existe sobre la superficie terrestre. La gráfica intenta sugerir que la Luna está mucho más lejos, y que aún allí, tan lejos, el campo gravitatorio de la Tierra no es nulo, y aunque su valor ya es incomparablemente menor que el que tiene en la zona en la cual vivimos, es suficiente para mantener a la Luna en su órbita.

10% mayor que la de los que seguimos en la superficie.

Las imágenes de astronautas flotando en una estación espacial sugieren engañosamente que están en un lugar donde prácticamente no hay gravedad, y la figura 3.14 debe mostrar claramente que eso no es así: la expresión (3.5) es absolutamente universal, permite calcular que el campo gravitatorio en la órbita es de un valor parecido al que hay en la superficie, y eso es incuestionable. La explicación de la ingravidez que sienten los astronautas en órbita, debe ser buscada en las características del movimiento orbital. Aclararemos esto más adelante.

• Centro de gravedad

La acción de la gravedad se ejerce sobre todas las partículas materiales, el peso de un cuerpo es la resultante de la suma todos los pesos de sus partículas, y no puede decirse que esté aplicada en un punto particular, sino que es una acción distribuida en todo el volumen del cuerpo.

Ahora bien, para todos los fines prácticos, puede determinarse un punto en el cual se puede *suponer aplicado* el vector peso total, para que represente lo mejor posible la cción de la gravedad sobre las infinitas partículas del cuerpo (ya hemos dicho en otras ocasiones que cada vez que se reemplaza un sistema de fuerzas por la resultante, que es una única fuerza, la equivalencia nunca puede ser totalmente completa).

Este punto se denomina *centro de gravedad*, "CG", y coincide con el *centro de masa*, "CM", que definiremos más adelante. Por ahora no estamos en condiciones de encontrar el centro de gravedad o de masa de cuerpos complicados, pero bastará saber que en los cuerpos homogéneos con simetría el centro de gravedad coincide con el centro geométrico.

Desde el punto de vista práctico, por ahora es fácil advertir que si se suspende un cuerpo colgándolo de un punto O cualquiera alrededor del cual pueda girar libremente,

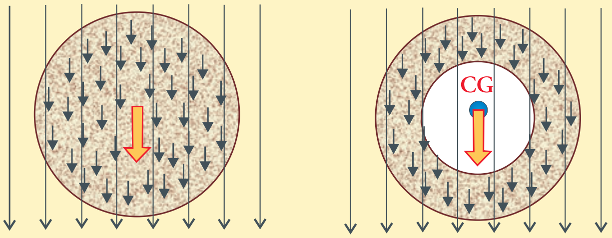


Fig.3.15. Se han dibujado líneas representativas del campo gravitatorio, y pequeños vectorcitos representativos de las fuerzas gravitatorias actuantes sobre cada elemento de masa del cuerpo. En ambos casos se considera la fuerza resultante de todas éstas, el peso, como aplicada en el centro de gravedad del cuerpo respectivo. El centro de gravedad puede estar en un lugar vacío, puesto que el peso no tiene realidad en sí mismo como fuerza realmente aplicada en ese punto, *sino como representativo de todo el conjunto de vectorcitos*.

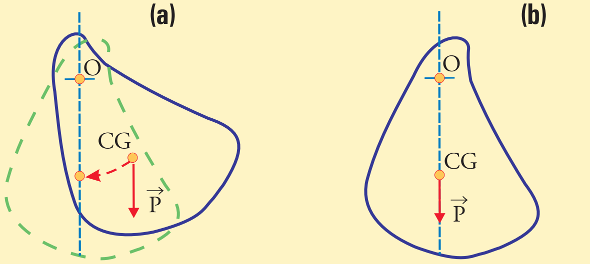


Fig. 3.16. (a) Acción del peso en un cuerpo suspendido del punto O, alrededor del cual puede girar, cuando se lo libera en una posición fuera del equilibrio. La fuerza peso, actuando en CG, llevará al cuerpo a una posición de equilibrio como la que se muestra en (b), con CG ubicado en la línea vertical trazada por el punto de suspensión.

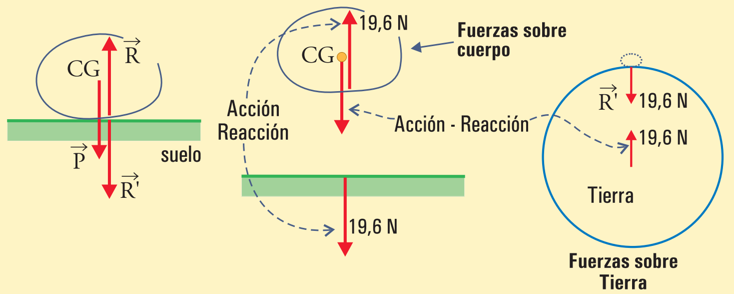
la posición de equilibrio en la cual el cuerpo podrá quedarse en reposo, deberá ser con el CG en la misma línea vertical que O, debajo de él. Esto es porque, cuando el cuerpo suspendido está en equilibrio bajo la acción de la gravedad, no podemos suponer que correspondería ubicar al peso en un punto fuera de la vertical, ya que actuando allí, el peso haría girar al cuerpo alrededor de O hasta que este punto descienda lo máximo posible, es decir hasta que se ubique en la vertical mencionada (figura 3.16).

La conclusión es que, si la forma de un cuerpo se presta para ello, se puede ubicar el CG del cuerpo de manera práctica suspendiéndolo sucesivamente desde varios puntos, y buscando el lugar en que se cruzan todas las líneas verticales trazadas por los respectivos puntos de suspensión.

Nota práctica:
Fuerza peso y su reacción.
Cuando realizamos los diagramas de cuerpo libre para analizar alguna situación, debemos dar un tratamiento especial a la fuerza de gravedad, diferente del que damos a las de contacto, debido a que el par acción-reacción con la fuerza peso de un cuerpo, se forma con la atracción del cuerpo sobre el planeta Tierra, aplicada en el centro de la Tierra, y por lo tanto, no se puede incluir en el dibujo.

- **Ejemplo**

Considere un cuerpo de 2 kg apoyado sobre el piso.
a) Dibuje todas las fuerzas actuantes, calculando el valor de cada una. Explique en qué interacción se origina cada una, y dibuje el vector correspondiente con los diagramas de cuerpo libre necesarios.
b) Repita a) si un agente aplica al cuerpo una fuerza de 5 N, verticalmente hacia abajo, sobre su parte superior.



- **Desarrollo**

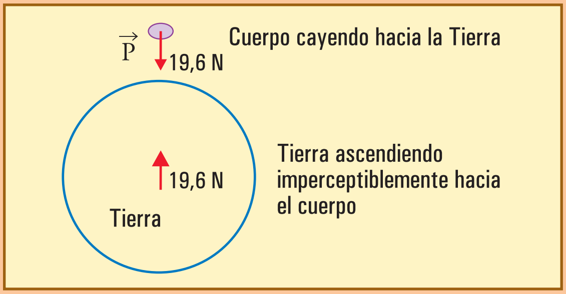
a) Sobre el cuerpo actúa el peso, P , hacia abajo, ejercido por la Tierra, y la reacción del piso, R , sosteniéndolo, hacia arriba. Ambas fuerzas deben tener el mismo módulo para equilibrarse, y para conocerlo debemos averiguar el peso.

R = P

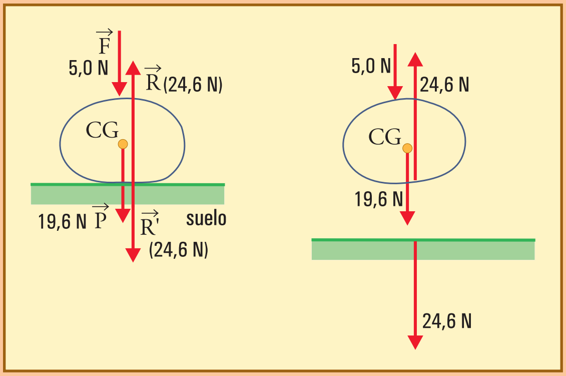
R = m g

R = 2 kg x 9,81 N/kg

R = 19,6 N



La reacción al peso $\vec{P}$ del cuerpo no es $\vec{R}$, sino la fuerza con que el cuerpo atrae a la Tierra: una fuerza de 19,6 N dibujada en el centro de la Tierra, hacia arriba. Una forma de convencerse de esto es pensar en el cuerpo cayendo libremente, durante el lapso que permanece sin tocar el piso. En esta situación $\vec{P}$ actúa, y por lo tanto su reacción también; pero no, puesto que no hay contacto. De manera que claramente $\vec{R}$ *no es reacción a la fuerza con que la Tierra atrae al cuerpo*, sino que $\vec{R}$ es reacción a la fuerza con que el cuerpo se apoya sobre el piso. Por lo tanto $\vec{R}$ es acción-reacción con $\vec{R}'$, la fuerza con que el cuerpo "pisa" el suelo. En el próximo punto la idea se amplía con otros valores.



b) Ahora tenemos el mismo peso, pero mayor presión sobre el piso, porque un agente agrega 5 N sobre el cuerpo. El piso reaccionará con lo necesario para impedir que el cuerpo se hunda en él, o sea equilibrando 19,6 + 5 = 24,6 N. Por lo tanto ese será el valor de R y de R'.

Unidades

El problema de medir una fuerza

Para medir la intensidad de una fuerza debemos definir un método de medición, y una unidad, que generalmente surgirá del método que se utilice.

Las ideas básicas planteadas hasta aquí sobre lo que es una fuerza, nos permiten imaginar tres formas esenciales de medir la intensidad de una fuerza.

1) Medir una fuerza por su capacidad de deformar cuerpos

Si construimos un mecanismo elástico, podemos calibrarlo definiendo que a cierta deformación corresponde 1 unidad. La unidad puede elegirse arbitrariamente, o con algún criterio fundamentado de alguna manera.

Estos instrumentos existen y se denominan *dinamómetros*; en general el elemento elástico es un resorte cuyo estiramiento se puede leer (amplificado o no) en una escala que se calibra experimentalmente. Las balanzas de resorte son esencialmente dinamómetros de este tipo.

Las balanzas electrónicas también son dinamómetros, en las cuales las deformaciones o alteraciones microscópicas que produce la fuerza aplicada en ciertos cristales sensibles ("piezoeléctricos") se traduce en una señal eléctrica.

Sería posible definir la unidad de fuerza de un sistema como cierta indicación arbitraria de algún dinamómetro elegido especialmente como "patrón", pero eso no se hace en un sistema de unidades que pretenda categoría científica, pues quedaría esta unidad sujeta a las propieda-des particulares de un aparato, que además podría sufrir alteraciones (envejecer, oxidarse, ser sustituido por una imitación, etc.).

De manera que este método es el que se utiliza típicamente para *medir* fuerzas, pero *no define* unidades, las cuales se toman de otros métodos, como veremos.

2) Medir una fuerza comparándola con la de la gravedad

El hecho de ser la gravedad una fuerza que se origina en propiedades del planeta Tierra que son prácticamente inalterables, la distingue como un fenómeno adecuado para establecer unidades de fuerza (explícita o implícitamente).

Si se define algún cuerpo patrón, su peso puede tomarse como unidad de fuerza, y medirse fácilmente con dinamómetros o balanzas.

Así es que si se considera un cuerpo de 1 kg de masa, su peso constituye la unidad práctica de fuerza denominada kg_{fuerza}, o kgf, o $\overrightarrow{kg}$:

Unidad práctica de fuerza:
1 kg fuerza = peso (a nivel del mar y 45° de latitud) de un cuerpo de 1 kg

Ésta no puede ser la unidad de fuerza del Sistema Internacional de Unidades (en adelante "SI", para abreviar), aunque la masa del cuerpo elegido, 1 kg, sí haya sido unidad de masa del SI (pronto discutiremos la razón para esto).

Y aplicando (3.10) tenemos la forma de convertir entre N y kgf:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg f} &= 9{,}81 \text{ N} \\ 1 \text{ N} &= (1/\,9{,}81) \text{ kgf} \\ 1 \text{ N} &= 0{,}102 \text{ kgf} \end{aligned} \tag{3.11}$$

De manera que, dado que en la vida práctica estamos acostumbrados a pensar en kilogramos (tanto en kilogramos unidades de masa, como de fuerza), las expresiones (3.10) y (3.11) nos permitirán utilizar la unidad SI, newton, aún sin haberla definido formalmente.

De la misma manera se define la unidad inglesa "libra" de fuerza ("pound" en inglés), como el peso de un cuerpo cuya masa es una libra (de la cual hay muchas variantes). No utilizaremos estas unidades, pero es útil saber que la libra aún en uso es la "pound avoirdupois", que equivale aproximadamente a 0,4536 kg (tanto de fuerza como de masa).

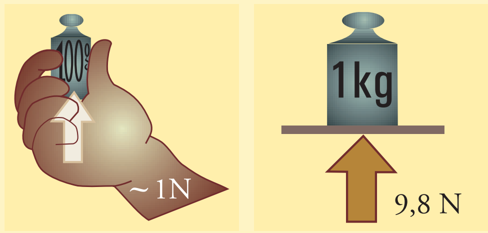


Fig.3.17. Interpretación práctica del newton a través de la gravedad terrestre. Tomaremos 9,8 N/kg ≅10 N/kg para los cálculos simples y estimaciones, y así podremos decir que el newton es aproximadamente el valor de la fuerza necesaria para sostener una pesa de 100 g .

3) La unidad del SI

Aunque el kg sea la unidad SI para la masa, el kgf no sería una buena unidad para la fuerza, porque sujetaría el CONCEPTO de fuerza, a la GRAVEDAD TERRESTRE. Además de ese problema conceptual, la gravedad tiene el problema de no ser estrictamente constante, ya que varía levemente de un lugar a otro, y también varía (imperceptiblemente) a mientras caen meteoros que aumentan la masa del planeta, y mientras el hombre lanza satélites que la hacen disminuir; aunque estas alteraciones sean tan pequeñas que no puedan detectarse con ningún instrumento, es claro que el concepto de fuerza, no puede ser condicionado formalmente por ellas.

De manera que *la fuerza en el SI se define a través de sus efectos sobre los movimientos*.

Los procedimientos de medición son más complejos en estos procesos, pero establecen la unidad de fuerza incuestionablemente, en función de otras unidades (masa, longitud, y tiempo), con independencia de cualquier aparato, planeta o propiedad de ningún cuerpo particular.

En el capítulo correspondiente de dinámica veremos más precisiones sobre esta unidad, pero hasta ese momento nos manejaremos con los elementos que ya tenemos.

• Unidades de presión o tensión

Las unidades de tensión (o presión) se derivan de las unidades de fuerza dividiendo por la unidad de superficie.

La unidad SI de tensión es el pascal, abreviatura *Pa*, en honor a Blas PASCAL (1.623-1.662):

$$1\,Pa = \frac{1\,N}{1\,m^2}$$

$$1\,Pa = 1\,N.m^{-2}$$

Un pascal representa una tensión o presión de pequeñísima intensidad, ya que corresponde a distribuir en 1 m^2 el esfuerzo de sostener una pesa de 100 g. Otras unidades no SI que surgen naturalmente en la práctica son:

• el kgf/cm², de importancia práctica por ser aproximadamente el valor de la presión atmosférica normal: $1\ kgf/cm^2 \cong 10^5\ Pa$

$$1\ kgf/cm^2 \cong 1\ atm.$$

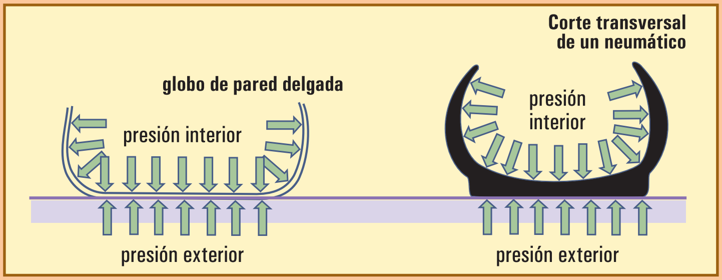
• la unidad inglesa libra/pulgada² (en inglés: "pound/square inch", abreviatura "psi") que citamos aquí porque aparece en muchos aparatos. Por ejemplo, es la unidad utilizada en los indicadores de presión de los neumáticos de automotores. $1psi. \cong 7{,}0 \times 10^3\ Pa.$

• Ejemplo

Las cuatro ruedas que soportan a un automóvil de unos 1.000 kg tienen 12 cm de ancho en la banda de rodamiento, y por efecto del peso del vehículo se aplastan levemente, de manera que cada una se apoya en el suelo aproximadamente en un rectángulo de 12 cm x 11 cm (valores aproximados tomados de un caso real).
a) Suponiendo para simplificar que el peso se distribuye igualmente entre las cuatro ruedas, calcule la presión que se ejerce en cada uno de los rectángulos mencionados. Exprese esta presión en Pa, en atm, y en psi.
b) Compare esta presión con la de inflado de los neumáticos, y comente.

• Desarrollo

Aplicando (3.17) o (3.18) tenemos que el automóvil de 1.000 kg pesa 9.800 N; para redondear digamos aproximadamente 10^4 N, que repartidos en 4 ruedas hacen 2,5 kN por rueda.
La presión entre neumáticos y suelo, por lo tanto, resulta
$p \cong 2{,}5/(12 \times 11)$
$p \cong 2{,}5/(12 \times 11)$
$p \cong 0{,}019\ kN/cm^2$
$p \cong 0{,}19\ MPa$
$p \cong 1{,}9\ atm$
$p \cong 27\ psi.$



b) Si la cubierta de la rueda fuera una cosa muy delgada, sin rigidez, podríamos esperar que en la parte que está aplastada contra el suelo la presión sea la misma en la cara que da contra el suelo, y el la cara interior (como por ejemplo, si tuviésemos un globo con una parte aplastada contra el piso).

En el caso del neumático no esperamos una igualdad entre las presiones exterior e interior, pero esperamos valores parecidos. Y eso efectivamente sucede, ya que la presión normal de inflado es de unos 28 psi.

EJERCICIOS CAPÍTULO 3

▲ Ejercicio 3.1

Complete las siguientes frases.

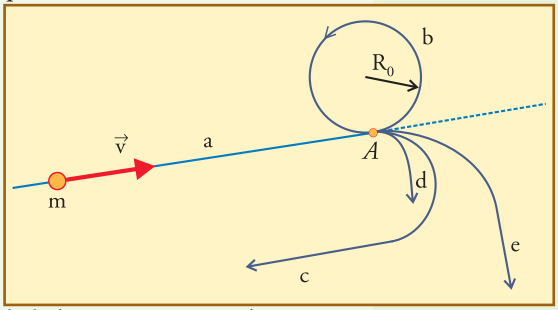
a) La condición para que la trayectoria sea rectilínea y recorrida con velocidad decreciente es que la componente normal de la fuerza resultante sea . . . . , y que la componente tangencial de la fuerza resultante sea . . . .

. . . .

b) La condición para que la trayectoria sea circular y recorrida uniformemente es que la componente tangencial de la fuerza resultante sea . . . . ,
y la componente normal de la fuerza resultante sea . . . .

▲ Ejercicio 3.2

Una partícula se desplaza libremente en el espacio (sin que actúen sobre ella fuerzas de ningún tipo) a lo largo de una recta **a**.



a) Critique cada una de las opciones siguientes.
Su velocidad, en estas circunstancias:

- puede ser constante;
- debe ser constante;
- puede variar;
- debe disminuir;
- debe aumentar.

b) A partir de un punto A se desea desviar a la partícula de la línea recta según las posibilidades b, c, d, y e, mostradas en la figura, sin que varíe la rapidez de su movimiento:
Siendo:

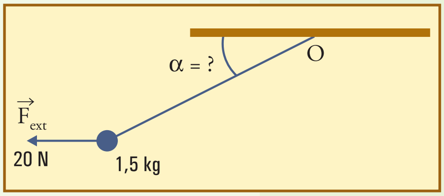
b) circunferencia completa de radio R_0
c) semicircunferencia del mismo radio, que luego continúa en línea recta.
d) ¼ de circunferencia de radio ½ R_0, seguida de recta.
e) ¼ de circunferencia de radio $2R_0$, seguida de recta.

Explique cómo son las fuerzas que es necesario aplicar en cada caso: qué orientaciones deben tener, durante qué lapso deben actuar, cuáles deben ser más intensas y cuáles más débiles.

▲ Ejercicio 3.3

Se mantiene aplicada una fuerza horizontal $\vec{F}_{ext}$ de 20 N a la pequeña esfera de un péndulo de 1,5 kg de masa con un hilo de 2 m de longitud.

a) Calcule la fuerza que tira del hilo, y calcule el ángulo α en el cual se llega al equilibrio.

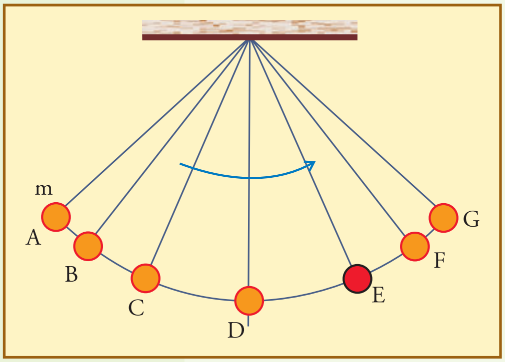


b) Dibuje todas las fuerzas actuantes sobre la bolita, indique cuáles serían las reacciones a ellas.

c) Dibuje las fuerzas actuantes sobre el hilo, y sobre el techo, indicando quiénes son acción-reacción.

▲ Ejercicio 3.4

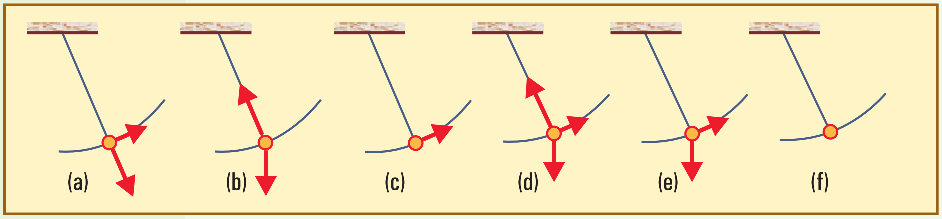
Un péndulo está oscilando entre los puntos extremos A, y G. Sobre la trayectoria se han marcado varios puntos intermedios y se le pide a usted que considere el cuerpo de masa m



mientras pasa por E , en el movimiento A → B → C → D E → F → G indicado en la figura (suponga que no hay rozamiento):

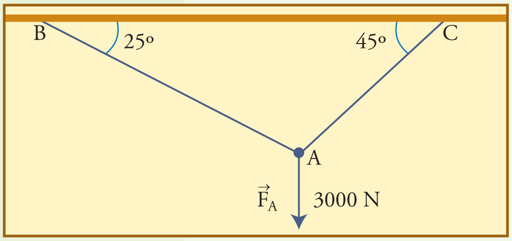
Elija la figura que muestra correctamente, de manera cualitativa, los vectores representativos de todas las fuerzas (solamente de las fuerzas, no otros vectores) que actúan sobre el cuerpo al pasar por E:

Explique, además, cómo debe ser aproximadamente la fuerza resultante, y analice cuál es su efecto sobre el movimiento (en el punto E).



▲ Ejercicio 3.5

Se tira con una fuerza de 3.000 N del punto A, que une las dos cuerdas mostradas, sujetas en B y C:

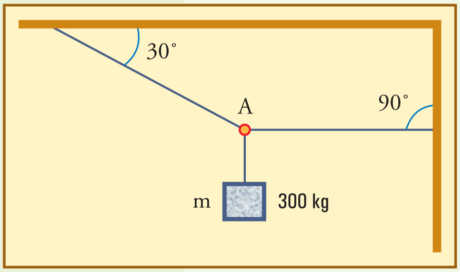


a) Realizando un diagrama vectorial a escala encuentre gráficamente los valores de las fuerzas con las que cada cuerda tira del punto A.

b) Encuentre los valores de las fuerzas en cada cuerda por algún método analítico.

▲ Ejercicio 3.6

Un cuerpo pende suspendido de las cuerdas mostradas.



a) Calcule el peso del cuerpo, y dibuje todas las fuerzas actuantes sobre el mismo.

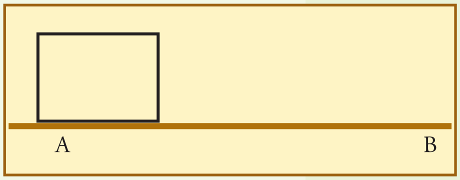
b) Dibuje el diagrama de cuerpo aislado de la cuerda vertical que tira de A, indicando los valores de los vectores correspondientes.

c) Realizando un diagrama vectorial a escala encuentre gráficamente las fuerzas que traccionan a cada cuerda.

d) Obtenga por algún método analítico el resultado del punto anterior (c).

▲ Ejercicio 3.7

Considere un cajón de peso P, el cual debe ser arrastrado por una persona desde A



hasta B. Suponga que, dadas las características de las superficies de contacto entre piso y cajón, y dada la fuerza normal que presiona una contra otra, la fuerza de rozamiento puede llegar a valer hasta cierto valor $F_{Rmáx}$: si se aplica al cajón una fuerza horizontal mayor que ese valor, la fuerza de rozamiento no podrá equilibrarla y se producirá el deslizamiento.

a) Suponiendo una situación en que nadie empuja el cajón, dibuje esquemáticamente todas las fuerzas actuantes sobre el mismo y sobre el piso, distinguiendo las que actúan sobre el cajón de las que lo hacen sobre el piso.

b) Repita el dibujo de todas las fuerzas actuantes para el caso en que se empuja al cajón con una fuerza horizontal $\vec{F}_1$ cuya intensidad sea la cuarta parte de $F_{Rmáx}$. Indique cuál sería la fuerza tangencial que se desarrolla entre cajón y piso en esta situación.

c) Repita todo lo pedido en b) para el caso en que se aplica $\vec{F}_2$ horizontal que sí logra hacer que el cajón deslice mínimamente.

d) Considere una situación real de un ropero de 40 kg. Calcule el peso del mismo en N. Estime algún valor posible para $F_{Rmáx}$, y a través de él estime el valor de la fuerza horizontal mínima necesaria para moverlo.

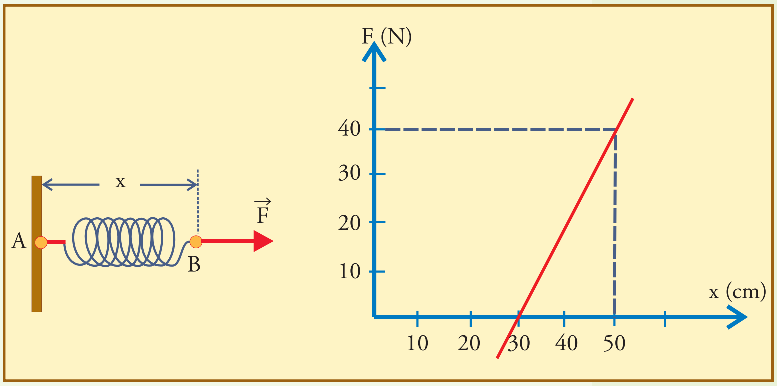
e) Elija la opción que indica mejor lo que usted ha estimado para el punto d):

F2 , la fuerza horizontal mínima necesaria para hacer que deslice algún objeto, debe ser	a) aproximadamente igual b) levemente mayor c) considerablemente mayor d)considerablemente menor	que el peso del objeto

Invente alguna experiencia sencilla para corroborar su elección en el punto e), realícela, y explique lo obtenido (por ejemplo elija un cuerpo de alrededor de ½ kg, y mida cuántos cm se estira una bandita elástica colgando el cuerpo, y cuánto se estira para arrastrarlo horizontalmente). Si sus resultados contradicen sus expectativas reflexione con cuidado, revise todo, tanto sus ideas como sus procedimientos.

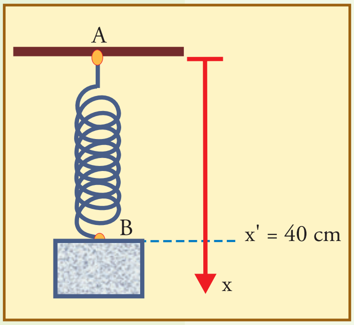
▲ Ejercicio 3.8

La siguiente gráfica muestra la fuerza necesaria para estirar un resorte dado, hasta una longitud total x cualquiera:



a) Calcule la constante elástica k, e indique la longitud de equilibrio de este resorte.

b) Suponga que hay un cuerpo suspendido en reposo de este resorte, y que lo estira hasta x' = 40 cm,



como se ilustra:

Complete la figura indicando (calcule los valores que hagan falta)

b1 : el vector que indica la fuerza con la cual el cuerpo tira del resorte en B (calcule su valor).

b2 : el vector que indica la fuerza con que el resorte tira del cuerpo en B, y el que corresponde a la fuerza con la cual el resorte tira de su anclaje en A (indique valores).

b3 : el vector que indica la fuerza del campo gravitatorio sobre el cuerpo (indique su valor).

c) calcule la masa de este cuerpo.

d) Suponga que se lleva este cuerpo con este resorte a la Luna ($m_L = 0{,}012\ M_T$; $R_L = 0{,}27\ R_T$) y allí se lo suspende suavemente. Indique todas las cosas que cambiarán y las que no, con respecto a la Tierra: ¿x'? ¿F? ¿m? ¿Peso? ¿gráfica F vs x?

▲ Ejercicio 3.9

Una varilla elástica está sujeta firmemente del borde de una mesa, y se verifica que colocando una pesa de 50 g en su extremo libre (que sobresale 30 cm), éste desciende 1 cm debido a la flexión de la varilla. Consideremos que desplazamientos verticales de 2 ó 3 cm en el extremo, frente a 30 cm de largo, pueden estimarse lo suficientemente pequeños como para poder describirlos con un eje vertical rectilíneo (eje *y*).

a) Limitándonos a deformaciones suficientemente pequeñas, calcule la constante elástica que describe aproximadamente la relación entre la fuerza aplicada y la altura y del extremo libre.

b) Calcule cuánto desciende el extremo si se coloca encima un cuerpo de 20 g. Dibuje la situación, mostrando en un diagrama de cuerpo aislado las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo.

▲ Ejercicio 3.10

Considerando la Ley de Gravitación Universal, $F_{12} = G\ m_1\ m_2 / d_{12}^2$, (la masa de la Luna vale $7{,}4\times10^{22}$ kg, su radio 1738 km, y la constante G, $6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$):

a) Explique cómo se obtiene y qué significa la intensidad del campo gravitatorio lunar $g_L \cong 1{,}63$ N/kg

b) Indique, con una breve justificación, cuáles opciones son verdaderas y cuáles falsas:

1. La causa de que el campo gravitatorio en la superficie lunar sea bastante menor que el que hay en la superficie terrestre es la ausencia de atmósfera en la Luna.
2. En la Luna dos cuerpos de 1 kg cada uno, situados a 1 m de distancia, se atraen mutuamente con una fuerza de aproximadamente 1,63 N.
3. En la Luna dos cuerpos de 1 kg cada uno, situados a 1 m de distancia, se atraen mutuamente con una fuerza de aproximadamente $6{,}7\times10^{-11}$ N.